Le travail de la pensée relationnelle chez les élèves fréquentant l'enseignement différencié permet-il aux élèves de mieux comprendre la matière et de diminuer l'anxiété ressentie vis-à-vis des mathématiques ?

Auteur : Harvengt, Annabelle
Promoteur(s) : Fagnant, Annick
Faculté : þÿF a c u l t é   d e   P s y c h o l o g i e ,   L o g o p é d i e   e t   S c i e n c e s   d e   l   E d u c a t i o n
Diplôme : Master en sciences de l'éducation, à finalité spécialisée en enseignement
Année académique : 2022-2023
URI/URL : http://hdl.handle.net/2268.2/19267

Le travail de la pensée relationnelle chez les élèves fréquentant l'enseignement différencié permet-il aux élèves de mieux comprendre la matière et de diminuer l'anxiété ressentie vis-à-vis des mathématiques ?

Mémoire présenté par **HARVENGT Annabelle**

en vue de l'obtention du diplôme de Master en Sciences de l'Éducation, à finalité spécialisée en enseignement.

PROMOTRICE :

A. FAGNANT

LECTRICES

DEMONTY I.

GERON C.

ANNÉE ACADÉMIQUE 2022-2023

Remerciements

Mes remerciements s'adressent à toutes les personnes qui de près ou de loin ont contribué à l'élaboration de ce mémoire.

Je tiens à remercier ma promotrice, Madame Annick Fagnant, pour sa disponibilité, sa bienveillance et ses conseils qui m'ont guidée durant la réalisation de ce travail.

Je tiens à remercier Madame Demonty et Madame Géron pour l'intérêt et le temps consacré à la lecture de ce mémoire.

J'exprime également mes remerciements à mes élèves sans qui ce travail n'aurait pas pu aboutir. Leur volonté de bien faire et leur motivation a été un grand soutien.

Je remercie ma famille et mes amis d'avoir été présents durant la réalisation de ce Master. Le soutien et l'aide logistique reçus m'ont permis d'arriver jusqu'ici.

Je tiens à remercier mon mari qui a supporté les moments difficiles, l'épuisement, le stress et les moments de doute durant la réalisation de ce travail.

Enfin, je tiens à remercier mes enfants qui ont accepté avec une patience incroyable un nombre incalculable de « Maman est dans son bureau, elle doit travailler ». Ils ont été mes premiers soutiens et la raison pour laquelle je n'ai pas baissé les bras.

Table des matières

INTRODUCTION

Ce travail prend son point de départ d'un constat réalisé dans un rapport de l'OCDE : *« éprouver de l'anxiété vis-à-vis des mathématiques entraine une diminution de 34 points du score en mathématique en moyenne soit l'équivalent de près d'une année scolaire » (OCDE, 2014, p.90).* Tenir compte de cette anxiété vis-à-vis des mathématiques est, dès lors, assez important surtout auprès des élèves présentant des difficultés d'apprentissage (Mutlu, 2019).

Un des objectifs de notre travail est de tenter de mettre en avant l'impact de certaines méthodes pédagogiques sur l'anxiété ressentie vis-à-vis des mathématiques, enjeu qui concerne 30% des élèves face à la résolution de problèmes (OCDE, 2014) mais qui a aussi une influence sur les parcours scolaires ultérieurs, notamment en évitant les filières avec un nombre important d'heures de mathématiques, ainsi que sur les parcours professionnels (OCDE, 2014).

À partir de ce constat et des lectures sur l'anxiété mathématique, il s'avère que cette notion est connue mais peu de moyens sont mis en place en classe par les enseignants (Johnson et al, 2021) pour tenter de diminuer cette anxiété mathématique qui augmente avec l'âge des élèves (OCDE, 2014) alors qu'elle joue un rôle majeur dans le parcours des élèves.

Au niveau mathématiques, domaine important pour le développement de la réflexion qui permet la résolution de problèmes du quotidien (Kiziltoprak & Kose, 2017), un des éléments qui explique les difficultés rencontrées par les élèves est le fait de devoir raisonner sur des relations abstraites. Certains auteurs mettent en avant la notion de pensée relationnelle (Stephens & Ribeiro, 2012). Celle-ci constitue un support à la compréhension de l'arithmétique et de l'algèbre (Cuellar et al., 2022) car son usage permettrait d'adoucir la frontière entre arithmétique et algèbre. La pensée relationnelle peut se travailler dans un cadre arithmétique pour aider l'apprentissage de l'algèbre par la suite (Carpenter et al., 2005, cités par Cuellar et al., 2022). Il s'agirait non plus de parler de la transition entre arithmétique et algèbre mais bien d'articulation (Demonty & Vlassis, 2018).

Au niveau arithmétique, la vision relationnelle permet d'amener une compréhension approfondie de notions comme le sens de l'égalité et les propriétés des opérations, comme la distributivité et la compensation. Pour asseoir les apprentissages algébriques, il est important d'amener les élèves à manipuler des quantités indéterminées (Demonty & Vlassis, 2018) à travers par exemple des problèmes de partages inégaux.

Quand nous observons les résultats du Certificat d'Etude de Base (CEB), les élèves qui échouent en raison d'un seul échec montrent majoritairement un échec pour la partie « mathématiques » (43% en 2022, 60,5% en 2021, 37,6% en 2019)[1]. L'évaluation des mathématiques est donc un élément crucial à prendre en compte à la fin du parcours des primaires.

Au sein de l'épreuve en mathématiques, parmi les compétences ciblées, certaines peuvent nécessiter l'utilisation de la pensée relationnelle. Par exemple :

- Dans un calcul, utiliser les décompositions appropriées des nombres (en sommes et en produits) (Q3 et Q19 – épreuve 2022) ;
- Utiliser des propriétés des opérations pour remplacer un calcul par un autre plus simple, y compris en appliquant des démarches de compensation (Q5 et Q22- épreuve 2022);

Dans le référentiel du tronc commun qui sera d'application prochainement pour la fin du primaire, il est indiqué : « *Il est donc nécessaire de revenir sur les différents sens de l'égalité, même dans les dernières années de l'école primaire* » (Référentiel Mathématiques du Tronc Commun, p.22) . Au niveau des attendus pour la 6ème primaire, l'utilisation du signe égal comme annonce de la réponse mais aussi comme signe d'équivalence est mis en avant. L'élève devra également être capable d'utiliser des propriétés comme la distributivité, la compensation et la décomposition pour effectuer un calcul mais aussi pour comparer des opérations.

Toutes ces notions (compensation, équivalence, décomposition d'une opération…) mettent en jeu la pensée relationnelle.

Ce travail de recherche prend donc en considération à la fois les attendus des référentiels (actuels et à venir), les difficultés rencontrées par les élèves à la fin de leur parcours primaire et l'anxiété ressentie vis-à-vis des mathématiques. Il permettra de mieux comprendre à la fois ***le lien entre les méthodes d'enseignement impliquant la pensée relationnelle et la compréhension de la matière d'une part, et le lien avec l'anxiété ressentie par les élèves vis-à-vis des mathématiques d'autre part***.

Pour réaliser ce travail, le choix du public a été réalisé à partir de deux constats. Premièrement, les élèves ayant des difficultés en mathématiques expérimentent l'anxiété mathématique près de deux fois plus souvent que leurs pairs sans difficulté mathématiques (Devine et al, 2018). Deuxièmement, la pensée relationnelle joue un rôle important dans la

[1] Ces chiffres sont issus du dossier de présentation des résultats « CEB 2022 » publié par la Fédération Wallonie-Bruxelles.

construction d'une compréhension approfondie des opérations et de leurs propriétés qui constitue un socle pour les apprentissages algébriques ultérieurs (Demonty & Vlassis, 2018).

Ce travail est donc réalisé dans des classes de première différenciée car les élèves fréquentant l'enseignement différencié présentent des difficultés en mathématiques. Depuis 2016, en moyenne 27% des élèves qui enregistrent un seul échec au CEB sont en échec dans la partie « mathématiques »[2]. En éprouvant des difficultés en mathématiques, ces élèves sont susceptibles de ressentir plus souvent l'anxiété mathématique (Devine et al., 2018).

En parallèle des difficultés en mathématiques, les élèves fréquentant l'enseignement différencié se situent à un moment « charnière » entre les apprentissages de l'enseignement primaire et secondaire. L'objectif principal du premier degré différencié est de permettre aux élèves d'obtenir leur CEB (Fédération Wallonie-Bruxelles, s.d.). Une fois qu'il obtient son CEB, l'élève peut intégrer le tronc commun mais peut également accéder à l'enseignement qualifiant ou professionnel (Fédération Wallonie-Bruxelles, s.d.) après le degré différencié. Il est alors confronté notamment à la résolution d'équations sans avoir été confronté à l'apprentissage de l'algèbre durant ses deux premières années du secondaire.

Pour traiter ce sujet, nous développons la notion de pensée relationnelle et nous la mettons en lien avec les apprentissages arithmétiques mais aussi algébriques, ce qui nous fera envisager la notion d'équivalence et la résolution de problèmes de partages inégaux. Nous terminerons cette partie théorique par l'anxiété mathématique et les interventions qu'un enseignant peut mettre en œuvre en classe pour réduire ce niveau d'anxiété. Dans la seconde partie du travail, nous présentons notre question de recherche ainsi que les hypothèses de travail. Les questionnaires et les interventions réalisées en classe sont décrites dans la partie méthodologie de ce travail. Enfin, les résultats concernant les questionnaires et les raisonnements des élèves sont présentés et analysés. Les conclusions de ce travail envisageront les limites mais aussi les perspectives.

[2] Ces chiffres sont issus du dossier de présentation des résultats « CEB 2022 » publié par la Fédération Wallonie-Bruxelles

REVUE DE LA LITTÉRATURE

Cette revue de la littérature met en avant les notions théoriques envisagées durant notre travail de recherche : la pensée relationnelle, base de notre question de recherche, et les liens existant avec les notions d'équivalence et de partages inégaux. Nous poursuivons cette partie théorique en envisageant l'anxiété ressentie vis-à-vis de mathématiques afin d'illustrer le lien avec les interventions réalisées en classe.

Développer une arithmétique plus réfléchie présente des bénéfices pour l'algèbre mais aussi pour l'arithmétique elle-même dès l'enseignement primaire (Demonty & Vlassis, 2018). La pensée relationnelle est un moyen de travailler l'arithmétique en se basant sur la compréhension des opérations et des propriétés de celles-ci car elle implique de raisonner sur des opérations (Stephens, 2006).

La pensée relationnelle va se baser sur le fait que les élèves sont capables de manipuler des nombres impliqués dans un calcul (Stephens, 2006), de raisonner en prenant en compte une expression mathématique comme un tout et non pas comme une procédure à appliquer pas à pas (Carpenter et al, 2005). Ce type de pensée s'intéresse aux relations et aux propriétés fondamentales des opérations plutôt qu'aux procédés calculatoires et est un réel socle pour les apprentissages algébriques par la suite (Demonty & Vlassis, 2018). Pour envisager cette articulation arithmétique-algèbre de manière complète, il faut également amener les élèves à raisonner sur des quantités indéterminées (Demonty & Vlassis, 2018), ce qui est possible à l'aide notamment des problèmes de partages inégaux (Oliveira & Rhéaume, 2014).

1. La pensée relationnelle

1.1. La pensée relationnelle et l'arithmétique

De nombreuses études ont été consacrées aux caractéristiques de l'arithmétique et selon Carpenter et al. (2005), l'arithmétique peut être envisagée de deux manières différentes :

- La ***perspective calculatoire*** : il s'agit de considérer les opérations et l'égalité comme des commandes à réaliser. L'égalité est alors vue comme une annonce du résultat et les procédures comme un ensemble de « trucs et astuces » à enseigner et à appliquer par la suite.
- La ***perspective relationnelle*** : il s'agit de considérer les opérations et l'égalité de manière plus approfondie, ce qui a l'avantage de développer un plus grand nombre de démarches. L'égalité est ainsi considérée comme un symbole d'équivalence et non plus comme une annonce de résultat. Les opérations sont comprises de manière plus

approfondie et les procédures à appliquer ne sont plus des procédures apprises mais découlent de la compréhension de la situation face à laquelle l’élève se trouve.

Face au calcul suivant :

$$8 + 4 = \ldots + 5$$

Plusieurs démarches réalisées par des élèves peuvent être observées et qui permettent de différencier ces deux perspectives.

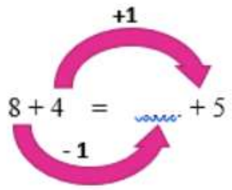
Perspective calculatoire	Perspective relationnelle
L’élève additionne 8 et 4 et cherche combien il faut ajouter à 5 pour faire 12.	L’élève prend en compte l’ensemble de l’opération et met en relation les nombres présents dans l’égalité. Il peut observer qu’on a ajouté 1 à 4 pour obtenir 5 et qu’il faut retirer 1 à 8 pour conserver l’égalité.
Procédure correcte mais opératoire, lecture du calcul de gauche à droite	

FIGURE 1 : DIFFERENCE ENTRE LA PERSPECTIVE CALCULATOIRE ET LA PERSPECTIVE RELATIONNELLE (CUELLAR ET AL., 2021)

Pour Carpenter et al. (2005), la pensée relationnelle est mobilisée quand on perçoit une expression arithmétique ou algébrique comme un objet en soi, une structure exprimant une relation et non pas des calculs à effectuer. Elle peut également intervenir pour vérifier des égalités. Considérons l’égalité à vérifier suivante : 34 + 29 = 30 + 33 (Stephens, 2006), la pensée relationnelle, reviendrait à faire des liens entre les nombres présents :

- ***Option 1*** : faire le lien entre 29 et 30 (+1) et faire le lien entre 34 et 33 (-1). La proposition est alors correcte.
- ***Option 2*** : en observant 30 + 33, l’élève peut se dire qu’en enlevant 1 à 30, il doit ajouter 1 à 34. La proposition est donc correcte.

Ces deux options ne font pas référence à la réponse du calcul (de gauche ou de droite) ce qui les différencie de la perspective calculatoire. En effet, cette dernière impliquerait la réalisation de l’opération située d’un côté du signe égal (30+33 = 63) et la vérification que l’autre opération aboutit à la même réponse (Stephens, 2006).

La pensée relationnelle n’implique donc pas la recherche de la réponse, elle autorise même cette absence de réponse (Collis, 1975, cité par Stephens, 2006). Les élèves sont alors capables de transformer des opérations en respectant le fait qu’elles doivent aboutir au même résultat sans pour autant calculer ce résultat. Ils appliquent des propriétés des opérations (commutativité, associativité et distributivité) ou réalisent des liens entre les nombres impliqués (Kiziltoprak & Kose, 2017).

Toutefois, si l'objectif de la pensée relationnelle n'est pas de trouver la réponse d'un calcul, entrainer cette façon de raisonner permet d'étoffer les faits arithmétiques (Carpenter et al, 2005). En effet, un élève peut trouver la réponse d'une opération en se basant sur d'autres opérations ou propriétés connues. Carpenter et al. (2005) présentent des interviews réalisées avec des enfants de 3ème année primaire en vue d'illustrer les raisonnements mis en place par les élèves ainsi que les problèmes qui incitent les élèves à utiliser la pensée relationnelle.

> C : […] Bien connais-tu la réponse de 4 x 6 ?
>
> K : Oui
>
> C : Quelle est-elle ?
>
> K : C'est (pause) trente (longue pause) deux.
>
> […]
>
> C : Maintenant, peux-tu compléter ce calcul pour qu'il soit correct ?
>
> *(le calcul montré à l'enfant est : 4x7 = _)*
>
> K : Cela fait (courte pause) 28
>
> C : Peux-tu m'expliquer comment tu as fait ?
>
> K : Je me suis aidée de 3x7 = 7+7+7 et de 3x7 = 14+7. Alors 4x7, je dois ajouter encore une fois 7. Donc je peux dire que c'est comme 14+14. […]

FIGURE 2 : EXTRAIT DE L'INTERVIEW DE KELLY PRESENTEE DANS CARPENTER ET AL, 2005.

Durant cet interview, les auteurs constatent qu'il faut moins de temps à l'élève pour trouver 28 en utilisant la pensée relationnelle comparé au temps nécessaire pour trouver 32 comme réponse erronée pour 4 x 6.

La relation entre pensée relationnelle et la connaissance des faits arithmétiques est bidirectionnelle car la pensée relationnelle nourrit l'acquisition des faits arithmétiques (*Figure 2*) mais la connaissance des faits arithmétiques permet d'améliorer la pensée relationnelle puisque l'élève aura plus de possibilités pour manipuler une opération (Carpenter et al., 2005).

Cette aisance en calcul mental développée grâce à l'arithmétique dans une perspective relationnelle amène différentes stratégies. Si nous prenons l'exemple 8 x 32, quatre démarches peuvent être envisagées (Demonty & Vlassis, 2018).

La décomposition additive de 8 8 = 10-2	**La décomposition additive de 32** 32 = 30 + 2
On peut alors proposer (10 – 2) x 32 = 10 x 32 – 2 x 32 = 320 – 64 = 256	On peut alors proposer (30 + 2) x 8 = 30 x 8 + 2 x 8 = 240 + 16 = 256
La décomposition multiplicative de 8 8 = 2 x 2 x 2	**La compensation de la multiplication** 8 x 32 = 4 x 64
On peut alors proposer 32 x 2 x 2 x 2 = 64 x 2 x 2 = 128 x 2 = 256	On peut alors proposer une décomposition 2 x 2 x 64 = 2 x 128 = 256

FIGURE 3 : STRATEGIES POSSIBLES DANS UNE PERSPECTIVE RELATIONNELLE (DEMONTY & VLASSIS, 2018).

Il ne s'agit donc plus d'enseigner des procédures l'une à la suite de l'autre mais bien de mettre en avant les conditions dans lesquelles l'élève peut les appliquer. La pensée relationnelle consiste à pouvoir trouver la réponse d'une opération en utilisant les propriétés qui lient ces nombres (Usodo et al, 2020).

Dans l'enseignement, entrainer la pensée relationnelle présente plusieurs intérêts (Jacobs et al., 2007) :

- *Améliorer la compréhension du signe d'égalité comme une équivalence.*
  Cela facilite, notamment, la compréhension des opérations effectuées lors de la résolution d'équations en début du secondaire. Nous revenons plus longuement sur le statut de l'égalité plus loin dans ce travail.
- *Simplifier les calculs à réaliser.*
  Utiliser la pensée relationnelle permet de simplifier les calculs à réaliser en les manipulant mais il ne s'agit pas d'utiliser des « trucs et astuces » appris. L'élève doit être capable d'identifier les relations et les raisons pour lesquelles les variations ont du sens dans un contexte particulier (Jacobs et al., 2007).
- *Rendre les propriétés explicites et permettre la généralisation.*
  Par exemple, « soustraire zéro à un nombre donne toujours ce nombre » est une propriété envisagée en arithmétique mais dont l'apprentissage est laissé implicite. Or, si l'élève ne peut pas généraliser cette propriété, il ne pourra pas plus tard se rendre compte que les

opérations réalisées dans le contexte de l'algèbre sont étroitement liées avec les propriétés envisagées précédemment en arithmétique (Jacobs et al., 2007).

- *Consolider les bases nécessaires à l'enseignement de l'algèbre.*

La pensée relationnelle implique une compréhension approfondie de la notion d'équivalence et un travail sur les quantités indéterminées, ce qui constitue un socle pour l'apprentissage formel de l'algèbre (Demonty & Vlassis, 2018).

Pour prendre en compte la pensée relationnelle, plusieurs éléments sont donc à prendre en compte (Stephens & Ribeiro, 2012) : la structure du calcul, l'équivalence, la variation et la compensation, les nombres qui peuvent varier et la généralisation.

Le travail de la pensée relationnelle permet ainsi une meilleure compréhension des apprentissages arithmétiques mais également une meilleure articulation avec le travail de l'algèbre.

1.2. La pensée relationnelle et la pensée algébrique

Il apparait que la pensée relationnelle joue un rôle important dans la construction de l'arithmétique, essentiellement au niveau de la compréhension approfondie des opérations mais également au niveau du statut du signe d'égalité. Cette connaissance approfondie des opérations et du sens de l'égalité est un réel socle sur lequel peut se poser l'introduction de l'algèbre (Demonty & Vlassis, 2018).

Dans le langage courant, l'algèbre renvoie le plus souvent à l'utilisation des lettres en mathématiques ce qui différencie ce domaine de l'arithmétique. Cette différence ne semble pourtant plus être valide. Kieran (2017) précise que le développement de la pensée algébrique ne nécessite pas l'utilisation de lettres et inversement, l'utilisation de lettres n'implique pas forcément une pensée algébrique. Radford (2014) rappelle qu'Euclide mobilisait des lettres sans faire intervenir pour autant des idées algébriques. Et inversement, les scribes Babyloniens utilisaient des diagrammes géométriques pour penser algébriquement (Hoyrup, 2002 cité par Radford, 2014). L'utilisation des lettres n'est donc pas une condition suffisante pour parler de raisonnement algébrique. Dans les années 2000, le courant *Early Algebra* a émergé et mis en avant la possibilité de rendre accessible certains aspects de l'activité algébrique pour développer ce que les auteurs appellent la pensée algébrique (Grugeon-Allys & Pilet, 2017).

Radford (2014) caractérise la pensée algébrique grâce à :

- ***L'indétermination*** : des nombres inconnus sont inclus dans le raisonnement, dans les problèmes proposés.
- La ***dénotation*** : les nombres inconnus sont nommés, symbolisés par différents moyens (mots, lettres, gestes…).

- Le ***raisonnement analytique*** : les nombres indéterminés sont traités comme des nombres connus, des opérations sont réalisées avec ces nombres inconnus.

La pensée algébrique est donc à la fois une façon de penser (raisonnement analytique) sur des quantités inconnues (indétermination) mais également une manière de noter cette façon de penser (dénotation). Squalli et Bronner (2017) ajoute à la tendance à raisonner de manière analytique celle de généraliser pour caractériser la pensée algébrique.

La pensée algébrique, du courant *Early algebra*, ne s'appuie donc pas sur des contenus mathématiques mais sur une façon de penser. Les contenus sont d'ailleurs identiques à ceux abordés en arithmétique, l'usage du signe d'égalité (Kieran, 1989 cité par Jeannotte & Corriveau, 2020) ou l'étude des régularités (Radford, 2006, cité par Jeannotte & Corriveau, 2020) en sont des exemples.

Nous pouvons donc mettre en lien cette pensée algébrique avec ce qui a été présenté sur la pensée relationnelle dans la première partie de ce travail. En effet, la pensée relationnelle et la pensée algébrique sont étroitement liées, pour certains auteurs, les deux concepts recouvrent d'ailleurs les mêmes notions (Stephens, 2006). Pour d'autres (Britt & Irwin, 2008), elles sont liées car la pensée relationnelle est un socle sur lequel la pensée algébrique peut s'appuyer.

1.3. L'articulation arithmétique-algèbre

Selon ce courant *Early Algebra*, il faut créer des opportunités pour soutenir la transition de l'arithmétique à l'algèbre (Grugeon-Allys & Pilet, 2017). Il ne faut donc plus attendre que l'élève ait un bagage suffisant en arithmétique avant d'envisager l'introduction de l'algèbre (Radford, 2014). La transition arithmétique-algèbre est un moment difficile pour un grand nombre d'élèves en début du secondaire en raison d'une rupture dans l'enseignement lors du passage du primaire vers le secondaire (Cuellar et al., 2021). Cette rupture se marque notamment dans le changement de statut du signe d'égalité.

Les chercheurs mettent d'ailleurs en évidence l'importance de l'articulation (et non plus la transition) entre ces deux domaines (Demonty & Vlassis, 2018). Il ne s'agit pas d'envisager les notions d'algèbre en primaire mais bien de proposer des interventions qui permettent de développer un raisonnement mathématique qui viendra soutenir l'apprentissage de l'algèbre par la suite.

Actuellement, les recherches montrent que les élèves de fin de primaire sont capables de développer leur pensée algébrique ce qui favorise l'apprentissage de l'algèbre par la suite (Carraher & Schliemann, 2018, Knuth et al., 2016 cités par Cuellar et al., 2021). Mais le développement de la pensée algébrique ne se fait pas par hasard, elle nécessite la mise en place de certaines conditions (Grugeon-Allys & Pilet, 2017). Il faut donc voir la pensée algébrique comme un raisonnement qui soutiendra l'apprentissage de l'algèbre enseignée au secondaire et développera la capacité des élèves à raisonner sur des quantités inconnues et non pas comme un déplacement des notions algébriques dans le curriculum du primaire.

Travailler la pensée relationnelle semble être un moyen de proposer ce type de raisonnement dès l'école primaire. Elle est évoquée comme fondamentale au développement de la pensée algébrique et de la pensée arithmétique par plusieurs auteurs (Britt et Irwin, 2008; Polotskaia et Savard, 2018). En effet, elle est un support à la compréhension à la fois de l'arithmétique mais aussi de l'algèbre (Cuellar et al., 2021) et permettrait d'adoucir cette frontière entre arithmétique et algèbre (Carpenter et al., 2005).

Au niveau arithmétique, la vision relationnelle permet d'amener une compréhension approfondie des opérations et de l'égalité (Demonty & Vlassis, 2018).

1.4. La pensée relationnelle en classe

Travailler la vision relationnelle des opérations en classe n'implique pas de surcharger le travail des enseignants en ajoutant des matières supplémentaires mais bien en changeant le regard porté sur certaines activités. En primaire, les résolutions de problèmes ou les activités de calcul mental peuvent amener une analyse fine des calculs ou des problèmes à résoudre, ce qui engendre un approfondissement du sens de l'égalité et des opérations (Demonty & Vlassis, 2018).

Par exemple, un élève face à l'opération : 169 + 289 = … aura tendance à le réaliser en faisant mentalement le calcul posé mais très peu d'élèves auront tendance à le résoudre de cette façon : 169 + 289 = 170 + 290 – 2 . Or cette deuxième technique est plus simple et plus efficace car elle engendre moins d'erreur et révèle une capacité à mettre en œuvre la pensée relationnelle (Usodo et al, 2020). Cette meilleure compréhension permettra de réaliser des connexions plus fortes entre l'arithmétique et l'algèbre (Carpenter et al, 2005). Par exemple, pour réaliser le calcul 40+50, si l'élève pense à additionner 4 dizaines avec 5 dizaines, son calcul repose sur les bases nécessaires à la résolution de $4y + 5y =$. Les opérations impliquées peuvent s'écrire sous la forme :

$$
\begin{aligned}
40 + 50 &= 4 \times 10 + 5 \times 10 \\
&= (4+5) \times 10 \\
&= 9 \times 10 \\
&= 90
\end{aligned}
$$

$$4y + 5y = (4 + 5)y$$

$$4y + 5y = 9y$$

Un modèle (*Figure 4)* illustrant cette articulation arithmétique-algèbre est proposé par Demonty et Vlassis (2018)

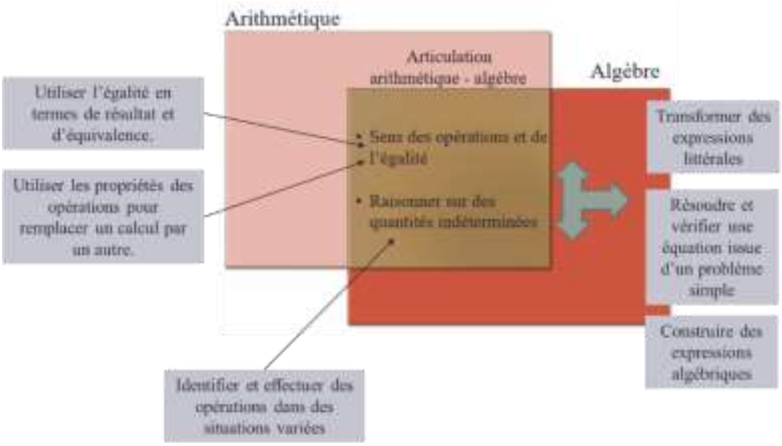


FIGURE 4: MODELE POUR ARTICULER LES COMPETENCES ARITHMETIQUES ET ALGEBRIQUES A DEVELOPPER ENTRE 10 ET 14 ANS (DEMONTY ET VLASSIS, 2018)

Travailler l'articulation arithmétique-algèbre implique deux éléments clés : d'une part, le travail de la pensée relationnelle afin d'améliorer la compréhension des opérations et du sens de l'égalité et d'autre part, le travail de résolution de problèmes qui permet de raisonner sur des quantités indéterminées.

Il s'agit donc bien d'un changement de regard sur certaines activités qui doit avoir lieu et non pas un changement d'activités. En effet, en résolution de problèmes, les enseignants peuvent susciter des démarches qui s'appuient sur une analyse fine des calculs ou des problèmes à résoudre. De cette façon, ils permettent d'approfondir le sens d'égalité et des opérations et parallèlement, ils enseignent une arithmétique relationnelle sur laquelle l'algèbre pourra s'appuyer.

Dans la suite du travail, nous développons les deux parties se trouvant à l'intersection des deux types d'apprentissage (*Figure 4)* : travailler le sens de l'égalité et raisonner sur des quantités indéterminées à travers des problèmes de partages inégaux. Ces deux thèmes se retrouvent dans la partie mathématique de nos interventions en classe dans le cadre de ce travail.

1.5. Le statut du signe d'égalité et la pensée relationnelle

Le signe d'égalité possède un double statut : annonce d'une réponse ou relation d'équivalence. En arithmétique, le signe égal est plus souvent utilisé comme une annonce de résultat alors que pour l'algèbre, c'est la relation d'équivalence qui est prépondérant (Grugeon-Allys & Pilet, 2017). Cette conception opérationnelle (amorce d'une réponse) représente un obstacle à l'apprentissage de plusieurs concepts algébriques et est prépondérante dans l'enseignement primaire (Cuellar et al., 2021). En outre, ne pas travailler suffisamment ce concept d’égalité pourrait être source d’inégalités scolaires si l’école laisse cet apprentissage implicite ou à la charge des élèves (Castela, 2008 cité par Grugeon-Allys & Pilet, 2017).

Certains auteurs (Fischer et al., 2019, Mc Neil et al., 2019) ont proposé des interventions qui permettaient de ne pas développer uniquement cette conception opérationnelle mais de proposer une conception plus relationnelle. Il semblerait que cette conception ne soit pas « en lien direct avec l’âge des enfants, mais plutôt avec les expériences d’apprentissage auxquelles ils sont confrontés » (Cuellar et al., 2021, p.749).

Par exemple, Fischer et al. (2019) ont montré à travers une activité de lancers de dés que travailler sur les inégalités facilitent l’apprentissage du sens de l’égalité comme relation d’équivalence. Ils ont conçu et évalué un programme à l’aide d’une méthodologie pré-test/post-test auprès de 2095 élèves de deuxième primaire. Dans leur programme, les élèves devaient notamment noter le résultat de deux lancers de dés (5+3 et 6+4), comparer les lancers sans calculer les sommes et justifier leur réponse (5+3<6+4 car 5<6 et 3<4).

Mc Neil et al. (2019) déterminent 3 types d’activités qui vont dans le même sens par rapport à la vision relationnelle du symbole d’égalité :

- celles qui font intervenir le signe égal en dehors d’un contexte de calcul (7=7) ;
- celles présentées à l’aide de matériel concret (balances);
- celles qui demandent une comparaison de méthodes de résolution.

Dans un contexte de résolution de problèmes, Powell et Fuchs (2010) ont évalué l’impact d’un programme de tutorat envisageant un travail sur le sens de l’égalité et/ou sur la résolution de problèmes verbaux sur l’apprentissage auprès d’élèves en difficulté de 3$^{\text{ème}}$ année primaire. Il ressort que le travail combiné des deux aspects mathématiques (équivalence et problème) amène une amélioration plus grande de la compréhension des situations d’égalité et d’équivalence chez les élèves par rapport à une approche plus exclusive d’un des deux aspects. La résolution de problèmes contribue au développement d’une compréhension relationnelle du symbole d’égalité (Fuchs et al, 2012 ; Powell et al., 2015 cités par Cuellar et al., 2021).

La signification de ce symbole « = » est une distinction importante entre la vision calculatoire et la vision relationnelle (Carpenter et al., 2005). En primaire, comme nous l’avons souligné précédemment, le signe égal est envisagé comme étant une annonce du résultat (Carpenter et al, 2005). Selon Falkner (1999), cette conception est en lien avec le fait qu’en primaire, le signe d’égalité est rencontré majoritairement dans des calculs où un seul nombre est présent après ce symbole.

Dans la vision relationnelle, le signe égal sera vu comme un symbole de relation signifiant « est le même que » (Falkner, 1999). Si nous reprenons l'exemple développé précédemment :

$$8 + 4 = \ldots . + 5$$

Les réponses obtenues pour ce calcul lacunaire permettent de mettre en évidence cette compréhension variable de ce symbole (Carpenter et al., 2005). En effet, les élèves proposent 12 car ils ne tiennent pas compte du 5 et lisent le signe égal comme une annonce de résultat (Kose et Kiziltoprak, 2020). D'autres proposent 17 car ils additionnent tous les nombres présents dans l'opération lacunaire proposée. Enfin, un nombre peu important d'élèves considère que les deux côtés de l'égalité doivent représenter le même nombre (Carpenter et al., 2005). Raisonner en égalant les deux côtés de l'égalité est un raisonnement calculatoire et ne fait pas encore intervenir la pensée relationnelle (Stephens, 2006).

Comprendre la signification de l'égalité comme un signe d'équivalence a une importance pour l'apprentissage de l'algèbre mais cela permet également une compréhension plus approfondie de l'arithmétique (Carpenter et al., 2005). Falkner (1999) identifie deux raisons de l'importance de comprendre cette notion d'équivalence :

- Pour pouvoir réfléchir sur des énoncés et ***manipuler un calcul pour le rendre plus facile***.

  $$7+8 = 7+7+1$$
  $$17 – 9 = 17-10+1.$$

  En utilisant ces différentes notations pour résoudre des calculs, l'élève peut affiner sa compréhension des opérations et des propriétés de celles-ci. Il peut également utiliser ces mêmes techniques pour des calculs plus compliqués (45 – 18 = 45 – 20 + 2).

- Pour ***pallier au manque de compréhension de la notion d'équivalence*** qui est le premier blocage lorsque l'élève doit passer à l'algèbre. (Kieran, 1981 et Matz, 1982 cités par Jacobs et al., 2007).

  Si nous prenons l'équation :

  $$4x + 27 = 87$$

  et que le signe égal est vu comme « est la même quantité que » alors soustraire 27 des deux côtés a du sens. Par contre, si le signe égal est vu comme une annonce de résultat comment comprendre qu'on puisse retirer 27 à la réponse. Pour beaucoup d'élèves, il s'agit alors de mémoriser des règles à appliquer sans se baser sur une compréhension.

La notion d'équivalence est importante et permet la pensée relationnelle mais ne définit pas celle-ci. En effet, au-delà de l'utilisation des relations entre les nombres, les élèves doivent pouvoir déterminer dans quel sens les nombres doivent varier pour conserver l'équivalence et dans quelles situations les nombres peuvent être modifiés (Watson et Mason, 2004 cités par Stephens, 2006). Le sens dans lequel les nombres doivent varier est important pour conserver l'équivalence mais dépend du calcul donné (*Figure 5*).

90 – 59 = 99 - ….	Si on *ajoute* 9 à 90, il faut *ajouter* 9 à 59 pour garder la même différence entre les deux nombres présents dans cette situation.
73 + 49 = 72 + …..	On *retire* 1 à 73, il faut donc *ajouter* 1 à 49 car 73 + 49 = 72+(1+49). Il faut, dans ce cas, décomposer un des termes et utiliser l'associativité dans l'addition.

FIGURE 5 : EXEMPLES D'EGALITES LACUNAIRES ET LA VARIATION DES NOMBRES A PRENDRE EN COMPTE.

La pensée relationnelle montre une capacité à tenir compte de cette direction en fonction des opérations mises en jeu (Stephens, 2006). Certaines conditions facilitent l'utilisation de cette pensée relationnelle comme par exemple quand les nombres considérés sont proches. Il sera plus facile de compléter un calcul comme *99* – 59 = *90* - ….. plutôt que *109* – 65 = *23* - …. car les nombres 99 et 90 sont plus proches que 109 et 23.

1.6. Raisonner sur des quantités indéterminées

Afin de proposer des problèmes qui permettent de faciliter un passage d'un mode arithmétique à un mode algébrique, Bednarz et Janvier (1996, citées par Squalli, 2020) ont proposé un cadre d'analyse qui se base sur la nature du calcul relationnel.

Ces auteurs font la distinction entre des problèmes dits « connectés » et des problèmes dits « déconnectés ». Dans les premiers, qui sont présentés le plus souvent en arithmétique, les relations entre les données sont facilement établies et le raisonnement calculatoire est possible. Par contre, dans les problèmes « déconnectés », aucun chemin direct ne peut être établi entre les données. Ils sont plutôt présentés lors de l'apprentissage formel de l'algèbre et favorisent l'émergence du raisonnement analytique (Squalli, 2002). Les deux types de problèmes sont illustrés dans la *Figure 6.*

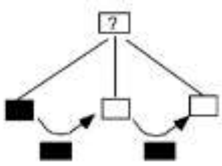
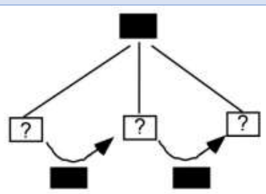
Problème connecté	**Problème déconnecté**
Marie, Paul et Brenda ont ensemble une collection de timbres. Si Marie a 6 fois plus de timbres que Paul, que Brenda en a 128 de moins que Marie et que Paul en possède 32, quel est le nombre de timbres des trois enfants ?	Marie, Paul et Brenda ont ensemble une collection de 288 timbres. Si Marie en a six fois plus que Paul et que Brenda en a 128 de moins que Marie, quel est le nombre de timbres de chacun ?
	

FIGURE 6: DISTINCTION ENTRE LES PROBLEMES CONNECTES ET DECONNECTES (COULANGE, 2003)

Les raisonnements observés peuvent varier en fonction du niveau d'analycité (Squalli, 2020).

- Les ***raisonnements de nature non analytique***

  Il s'agit d'un raisonnement arithmétique. L'élève opère sur nombres connus pour déterminer les valeurs inconnues. Ces raisonnements sont performants dans le cadre des problèmes connectés (Squalli, 2020).

  Dans le cadre des problèmes déconnectés, ce raisonnement n'est pas opérationnel à moins d'entamer une démarche de type « essai-erreur ».

- Le ***raisonnement analytique***

  Ce raisonnement se base sur le fait qu'il existe une valeur répondant aux conditions du problème pour chaque inconnue de la situation. Les inconnues sont représentées par des symboles et des opérations sont réalisées sur ces valeurs inconnues comme si elles étaient connues. Les relations entre les données connues et inconnues sont traduites.

- Le ***raisonnement à tendance analytique***

  Cette catégorie comporte trois catégories :

  - Les ***raisonnements hypothéticodéductifs*** comportent les raisonnements dans lesquels l'élève donne une valeur qu'il sait fausse à l'inconnue et qui lui permet de trouver les autres inconnues pour pouvoir réfléchir ensuite sur les relations entre les différentes valeurs obtenues. Il opère donc sur des valeurs et non pas sur des inconnues, c'est pourquoi il ne s'agit pas d'un raisonnement analytique.
  - Les raisonnements qui considèrent momentanément les inconnues comme des ***variables***.
  - Les raisonnements impliquant la ***représentation*** des inconnues et des relations qui lient les inconnues mais aucune opération n'est réalisée sur ces représentations.

L'habileté à penser analytiquement est une composante importante de la pensée algébrique et elle permet de distinguer la pensée algébrique de la pensée arithmétique. Il s'agit donc d'une pensée, c'est-à-dire une tendance à utiliser un certain type de raisonnement. Dans la pensée algébrique, l'élève travaille sur une inconnue en faisant « comme si » il la connaissait. Dans la pensée arithmétique, l'élève opère sur ce qu'il connait et les opérations concrétisent les états et les transformations (Oliveira & Rhéaume, 2014).

Les problèmes de partages inégaux sont des problèmes de structures algébriques (Oliveira & Rhéaume, 2014) et sont présentés aux élèves de l'enseignement primaire. Ces problèmes sont présents à deux moments des évaluations certificatives (CEB et CE1D) (Demonty & Vlassis, 2018) dans le parcours scolaire des élèves.

Ils consistent à partager un tout en une série de parts inégales et demandent de la part de l'élève d'établir des liens entre des quantités connues et inconnues. Un exemple de problème de partages inégaux est développé ci-dessous. Ce type de problème, par le fait de nécessiter le travail sur des quantités indéterminées, joue un rôle crucial dans le développement de la pensée algébrique.

Trois personnes ont ensemble 76 images de footballeurs.
Corentin en possède 8 de moins que Sacha.
Laureen en possède 6 de plus que Sacha.
DETERMINE le nombre d'images que possède chaque personne.
ÉCRIS ton raisonnement et tous tes calculs.

FIGURE 7 : PROBLEMES DE PARTAGES INEGAUX (CE1D, 2022 – QUESTION 35)

Marchand et Bednarz (1999) ont analysé la structure de ce type de problèmes pour expliquer la complexité de ceux-ci et ils ont dégagé 3 variables :

- Le ***nombre de relations*** de comparaisons impliquées (1, 2 ou 3) : les problèmes comportant 2 ou plus de 2 relations sont plus complexes et sont plus difficiles à gérer avec un raisonnement arithmétique.
- La ***nature des relations*** entre les données : additive et/ou multiplicative ;
- ***L'enchainement de ces relations***, à savoir composition, puits ou source. Ces enchainements sont illustrés dans la *Figure 8*.

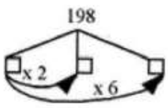
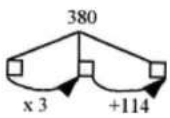
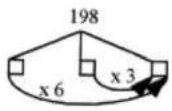
Source	Composition	Puits
Trois enfants jouent aux billes. Ils ont ensemble 198 billes. Pierre a six fois plus de billes que Denis et Georges a deux fois plus de billes que Denis. Combien de billes possède ` chacun des enfants ?	380 élèves sont inscrits aux activités sportives durant la saison. Le basketball regroupe trois fois plus d'élèves que le patinage, et la natation regroupe 114 élèves de plus que le basketball. Combien d'élèves participent à chacune des activités ?	Trois enfants jouent aux billes. Ils ont ensemble 198 billes. Pierre a six fois plus de billes que Denis et trois fois plus de billes que Georges. Combien de billes possède chacun des enfants ?
		

FIGURE 8 : DISTINCTION DES PROBLEMES DE PARTAGES INEGAUX EN FONCTION DE L'ENCHAINEMENT DES RELATIONS (MARCHAND & BEDNARZ, 1999)

Ces différents enchainements sont de complexité différente. En effet, un problème de type « source » est considéré comme étant le plus simple. L'enchainement «composition » est plus complexe car en plus de considérer les relations à partir d'une source, il faut tenir compte d'une inclusion dans l'enchainement des relations. Enfin, l'enchainement « puits » est considéré comme étant le plus difficile car une donnée est générée à partir des deux données présentes dans le problème (Marchand & Bednarz, 1999).

Faire varier ces variables (nombre, nature et enchainement des relations) est donc important pour offrir aux élèves l'opportunité d'être confronté à des problèmes de complexité différente.

Face à ce genre de problèmes, différentes procédures (*Figure 9*) peuvent être observées chez les élèves. Ces procédures ont été répertoriées (Bednarz et al, 1992 cité par Oliveira & Rhéaume, 2014) et reprises par différents auteurs (Oliveira & Rhéaume, 2014, Adihou et al., 2015).

Procédures	Explications
Fait une division	L'élève divise le total connu par le nombre de personnes/objets et attribue le résultat à un sujet/objet ou à tous les sujets/objets. Cette procédure amène une réponse erronée sauf si la procédure change durant le raisonnement.
Partage équitable	L'élève divise le total connu par le nombre de sujets/objets présents dans l'énoncé et applique ensuite les relations mises en jeu dans la situation de départ.
Essai numérique - **Sans /avec explicitation des relations**	L'élève propose un nombre pour une des données recherchées et reconstruit le total à partir de ce nombre choisi au départ. - Soit il ne représente pas les relations et travaille sur les nombres pour valider ou non la réponse à la fin - Soit il représente les relations pour travailler ensuite sur les nombres.
Total comme source - **Etat final** - **Etats intermédiaires**	L'élève part du total indiqué dans le problème (le total devient la source) et applique les relations présentes dans le problème pour trouver les grandeurs impliquées. - La représentation des relations est indiquée au départ de manière globale. Ensuite, il opère sur le total pour trouver les réponses.

	- Il opère les relations une à la suite de l'autre à partir du total présent dans le problème sans représentation globale du problème.
Algébrique	L'élève propose une représentation globale des relations, il dégage les structures algébriques et manipule les expressions algébriques par le biais d'une notation symbolique.
Calcul quelconque	L'élève fait un calcul avec les nombres présents dans l'énoncé mais sans lien avec les relations mises en jeu.
Non identifiée	La procédure n'est pas reconnaissable car seule la réponse est indiquée ou aucune procédure détaillée précédemment n'est présente sur la feuille de l'élève.

FIGURE 9 : PROCEDURES DE RESOLUTION DE PROBLEMES DE PARTAGES INEGAUX (OLIVEIRA & RHEAUME, 2014).

Le nombre de procédures possibles face à ce genre de problèmes de partages inégaux permet des approches très différentes et de susciter des démarches de découverte dans la résolution. Cependant, la majorité des procédures évoquées dans le tableau (*Figure 9)* sont de type arithmétique. La seule qui assure un raisonnement de type relationnel est celle « total comme source : état final ». (Oliveira & Rhéaume, 2014). En effet, cette procédure fait appel au caractère analytique du raisonnement algébrique. Il s'agit donc d'une étape intermédiaire avant le passage à un raisonnement algébrique complet.

Oliveira et Rhéaume (2014) ont analysé les procédures déployées par 201 élèves (61 de 6ème primaire et 140 élèves de 1ère secondaire) face à des problèmes de partages inégaux dans la région du Québec avant l'apprentissage formel de l'algèbre. Ils mettent en évidence que les quatre premières procédures de la *Figure 9* sont utilisées par les élèves, ce qui traduit un raisonnement arithmétique avec procédure arithmétique excepté pour « total comme source : état final » qui constitue un cas particulier. Il s'agit d'une procédure mettant en jeu le caractère analytique nécessaire au raisonnement algébrique.

Squalli (2020) a analysé 605 copies reprenant 1993 résolutions dont 43% proviennent d'élèves de 1ère secondaire avant l'introduction de l'algèbre formel. Il relève une majorité de raisonnements non analytiques (83,08%) mais les raisonnements à tendance analytique sont présents également (15,99%) avant l'apprentissage formel de l'algèbre.

Les élèves sont donc capables de développer des raisonnements à tendance analytique ou analytique avant même l'introduction formelle de l'algèbre. Selon Squalli (2020), il est nécessaire de proposer ce type de problème plus tôt aux élèves pour qu'ils puissent développer ces raisonnements analytiques, ce qui serait un soutien important pour l'apprentissage de l'algèbre par la suite.

2. L'anxiété ressentie vis-à-vis des mathématiques

L'anxiété ressentie vis-à-vis des mathématiques (appelée aussi anxiété mathématique) est un état d'inconfort ressenti face à une tâche mathématique (Ma & Xu, 2004 cités par Johnson et al., 2021 ; Ashcraft, 2002). Les signes observés peuvent aller jusqu'à ceux ressentis en cas de douleur ou de situation de stress important. Les élèves se sentent tendus, inquiets et craignent cette matière (Richardson & Suinn, 1972 ; Ma, 1999 ; Zeidner & Matthews, 2011 ; Tobias, 1993 cités par OCDE, 2014). Elle a un impact cognitif immédiat mais également des répercussions éducatives à long terme (Ashcraft, 2002).

Cette anxiété mathématique est en lien avec les faibles performances en mathématiques. En effet, les élèves ayant des difficultés en mathématiques expérimentent l'anxiété mathématique près de deux fois plus souvent que leurs pairs sans difficulté mathématiques (Devine et al., 2018).

L'impact de cette anxiété mathématique sur les performances mathématiques peut être expliquée de plusieurs manières :

- L'anxiété mathématique est à mettre en lien avec la capacité à sélectionner et utiliser les stratégies appropriées pour atteindre un but. L'élève ne sachant pas quelle stratégie employer face à une tâche mathématique, il sent son niveau de stress augmenter et cela compromet alors sa capacité à réaliser la tâche mathématique (Johnson et al, 2021).
- L'anxiété mathématique est vue comme la résultante d'un cercle vicieux négatif : des expériences négatives vécues face à des tâches mathématiques amènent l'élève à adopter un état d'esprit négatif face à cette matière, ce qui amène des faibles résultats et le cycle négatif est lancé (Ashcraft, 2002).
- La différence de performances entre des élèves anxieux et des élèves peu anxieux peut également trouver son explication dans le fait que l'anxiété a un effet négatif sur l'activation des ressources cognitives (Ashcraft & Kirk, 2001). Les élèves anxieux ne peuvent pas consacrer autant d'attention à la résolution de problèmes, par exemple, car leur cerveau est mobilisé par l'inquiétude éprouvée au sujet de ces tâches. Les élèves présentant une anxiété plus importante vis-à-vis des mathématiques surchargeraient leur mémoire de travail avec des pensées et des inquiétudes, ce qui ne leur permettrait pas d'accomplir des tâches mathématiques nécessitant cette mémoire de travail (Ashcraft, 2002).

Une des conséquences de cette anxiété ressentie vis-à-vis des mathématiques est avant tout une tendance à éviter les mathématiques en choisissant des filières comportant moins d'heure de mathématiques. En effet, quand ils sont confrontés aux mathématiques, ces élèves anxieux obtiennent de moins bons résultats et ils ont une mauvaise perception d'eux-mêmes par rapport à leur capacité en mathématiques (Aschraft, 2002). Au-delà du choix de filière, l'anxiété mathématique implique un choix de carrière professionnelle qui dépend fortement des mathématiques (Ashcraft, 2002).

L'anxiété mathématique est considérée par les auteurs comme un phénomène distinct de l'anxiété générale (Ashcraft, 2002). Faust (1992, cité par Ashcraft, 1995) montre que le groupe « anxieux vis-à-vis des mathématiques » réagit fortement aux différentes tâches de mathématiques de difficulté croissante (battements du cœur augmentent) alors qu'ils ne réagissent pratiquement pas face à une tâche verbale (Ashcraft, 1995). Le groupe avec un faible niveau d'anxiété mathématique ne montre aucune augmentation de réactivité dans les deux tâches proposées (mathématiques et verbale) (Ashcraft, 2002).

Différentes façons de travailler en classe permettent d'atténuer l'impact et l'évolution de cette anxiété ressentie vis-à-vis des mathématiques. Ces interventions consistent à prendre en compte l'autorégulation de l'élève dans un environnement d'enseignement des mathématiques (Johnson et al., 2021).

2.1. L'autorégulation

L'autorégulation est la capacité de réguler ses propres pensées, ses comportements, ses émotions pour poursuivre un but d'apprentissage. C'est un concept à multifacettes et certains élèves peuvent montrer certains aspects de l'autorégulation et pas d'autres (Johnson et al., 2021).

Johnson et al. (2021) mettent en avant que les apprenants capables d'autorégulation sont des apprenants « connectés » conscients de leur capacité, autodéterminés, stratégiques et résilients.

- « ***Connectés*** » : ces élèves se sentent en sécurité et ont confiance en leur enseignant et semblent plus engagés dans le processus d'apprentissage. Cette attitude amène de meilleurs résultats scolaires.
- ***Conscients de leur capacité*** : ces élèves connaissant leurs forces et leurs faiblesses, ils sont conscients des méthodes de travail qui leur conviennent.
- ***Autodéterminés*** : ces élèves définissent des buts, font des plans et contrôlent leur progression pour atteindre ce but.
- ***Stratégiques*** : ces élèves sont capables de sélectionner la stratégie adéquate et de l'utiliser pour atteindre leur but.

- ➢ ***Résilients*** : ces élèves sont capables d'utiliser des stratégies et de s'adapter face au stress. La flexibilité (la capacité à utiliser différents moyens pour résoudre un problème) et la gestion des émotions sont importantes dans le développement de la résilience.

Une clé des interventions des professeurs est donc de s'adapter en fonction des caractéristiques des élèves qui se trouvent face à eux mais pour ce faire, ils peuvent déployer un certain nombre d'interventions (*Figure 10).*

Composantes	Interventions
Connecté	• Rétroaction planifiée • Communication sur les routines • Répondre aux besoins des élèves • Augmenter les opportunités de répondre
Conscient de leurs capacités	• Echelles + Outils de gestion des émotions • Vidéo pour auto-observation • Modèles de performances • Feedback écrits
Autodéterminé	• Outils de suivis et liste d'objectifs • Opportunités de faire des choix • Inciter les justifications
Stratégique	• Schéma d'instruction pour les problèmes • Manipulations pour la résolution de problèmes • Contrôle des étapes pas à pas • Planification « si-alors »
Résilient	• Construction d'émotions positives • Opportunités de réussir • Commentaires positifs

FIGURE 10 : INTERVENTIONS ADAPTEES A CHAQUE COMPOSANTE DE L'AUTOREGULATION LIEE A L'ANXIETE RESSENTIE VIS-A-VIS DES MATHEMATIQUES (JOHNSON ET AL., 2021).

2.2. Apprentissages mathématiques

Au niveau mathématiques, les interventions visant à avoir un impact sur l'anxiété mathématique concernent différents éléments (Johnson et al., 2021) :

- ➢ ***l'enseignement de connaissances conceptuelles*** (compréhension des principes qui sous-tendent les domaines mathématiques) et ***procédurales*** (connaissances de séquence permettant la résolution de problèmes) (Mutlu, 2019),

- le ***développement du raisonnement mathématique*** (capacité à développer et à évaluer les arguments mathématiques)
- la ***mise en lien des différents concepts*** (procédé cognitif dans lequel les élèves mettent en lien les idées, les concepts, les représentations).

2.3. Interventions en classe en vue de diminuer l'anxiété.

Dans le cadre d'un travail prenant en compte l'anxiété ressentie vis-à-vis des mathématiques, il est important pour l'enseignant de (Johnson et al., 2021) :

- Réduire l'anxiété et construire la confiance de l'élève,
- Enseigner des techniques qui privilégient la flexibilité dans la résolution de problèmes,
- Soutenir les capacités des élèves à gérer les situations stressantes.

Habituellement, les interventions réalisées auprès des élèves présentant des difficultés en mathématiques se focalisent plus sur les contenus mathématiques (Marita & Hord, 2017) et ne concernent ni l'autorégulation ni l'anxiété en tant que telle (Johnson et al., 2021). Proposer des stratégies qui concernent les différentes composantes de l'anxiété et en même temps améliorer la connaissance des stratégies mathématiques permettrait d'aider les élèves à persister en mathématiques mais aussi à comprendre que la persévérance productive en mathématiques est en réalité une partie de l'apprentissage (Hiebert & Grouws, 2007 cités par Johnson et al. , 2021).

Johnson et ses collaborateurs (2021) proposent des interventions qui ont été expérimentées lors d'interventions individuelles avec des élèves présentant des difficultés scolaires. Ces interventions pourraient, selon ces auteurs, être employées en petits groupes.
Parmi les interventions présentées précédemment (*Figure 10*), il y a celles ayant comme objectifs de créer un climat positif et propice au travail (Johnson et al., 2021). Les élèves présentant des difficultés scolaires sont plus dépendants des relations avec leur enseignant (Demirkaya & Bakkaloglu, 2015). Il est donc important que ces élèves se sentent mieux compris et moins vulnérables au travers de la mise en place d'un climat bienveillant (Mason et al., 2013). Nous reprenons les différentes interventions en fonction des différentes composantes de l'autorégulation présentées précédemment dans ce travail (*Figure 10*).

- ***Connectés***

L'enseignant doit prendre le temps de connaitre ses élèves et de discuter des buts qu'ils poursuivent (Johnson et al., 2021). Il peut également mettre en place un plan de travail : il explique les étapes de la séance de cours et les raisons de la réalisation de ces étapes. Cela aide alors les élèves à comprendre les attentes de l'enseignant et à s'engager dans la tâche demandée.

L'enseignant doit également être ouvert aux erreurs réalisées par les élèves et leur montrer qu'elles font partie de l'apprentissage (Li et al., 2021). Enfin, l'enseignant peut questionner les élèves sur la façon de travailler (méthodes employées, efficacité…) pour renforcer la confiance et l'empathie existant entre l'enseignant et les élèves (Johnson et al., 2021).

- ***Conscients de leurs capacités***

L'impact de l'anxiété mathématique sur la mémoire de travail et les capacités attentionnelles doit être pris en compte (Ashcraft & Kirk, 2001). Les interventions doivent donc être des techniques permettant aux élèves de gérer cette anxiété durant l'apprentissage mathématique lui-même, il s'agit des supports permettant de mettre des mots sur les émotions ressenties (Arguedas et al., 2016). Un support utilisable en classe est l'échelle d'anxiété présentée en *Annexe 1* et utilisée dans le cadre de ce travail (Johnson et al., 2021). Cela permet à l'enseignant d'évaluer le niveau d'anxiété des élèves et d'agir en fonction des niveaux indiqués par les élèves. Par exemple, l'enseignant peut mettre en place une routine avec un élève qui indique un niveau d'anxiété plus haut que d'habitude pour lui permettre de se rappeler qu'il est compétent et orienter son esprit vers les mathématiques.

- ***Autodéterminés***

L'enseignant propose des objectifs individuels et réalisables aux élèves (Johnson et al., 2021). Cela peut consister en une liste d'objectifs à cocher pour soutenir sa progression. En raison de l'anxiété mathématique ressentie, un élève peut avoir des difficultés à démarrer une tâche de type « résolution de problèmes ». L'enseignant et l'élève peuvent se mettre d'accord sur un objectif à atteindre pour réduire le temps de mise au travail par exemple.

- ***Stratégiques***

Ces interventions sont plus ciblées sur les contenus mathématiques mais elles ne consistent pas à enseigner des techniques à appliquer. Il s'agit plutôt de faire appel aux processus cognitifs et métacognitifs ainsi qu'aux stratégies qui facilitent l'apprentissage. La « cognitive strategy instruction » est une approche générale qui comporte généralement 6 étapes : activation des connaissances contextuelles, discussion des stratégies, représentations des stratégies, mémorisation, justification et utilisation individuelle (Montague & Dietz, 2009).

- ***Résilients***

Cette dernière composante regroupe les interventions permettant d'aider les élèves à persévérer, à penser de manière flexible et à réguler leurs émotions. Il s'agit de créer un climat de travail positif et bienveillant dans lequel chaque élève est invité à participer et à prendre des risques. Partager un vocabulaire commun concernant les émotions et l'anxiété permet à chacun de communiquer mais aussi de mieux comprendre comment aider les autres membres de la classe (Kitzmann, 2012).

Encourager la résolution collective de situations problèmes, réaliser des affiches avec des réponses appropriées à des situations de stress sont des pistes pour développer la résilience au sein de la classe (Johnson et al., 2021).

QUESTION DE RECHERCHE ET HYPOTHÈSES

Dans la revue de la littérature, nous avons mis en avant le rôle important de la pensée relationnelle dans le raisonnement des élèves en arithmétique et en algèbre (Demonty & Vlassis, 2018). Cette pensée relationnelle peut être un moyen d'amener une compréhension approfondie des opérations et de leurs propriétés et peut jouer le rôle de socle aux apprentissages algébriques ultérieurs (Demonty & Vlassis, 2018).

L'entrainement de la pensée relationnelle permet de ne pas multiplier des procédures apprises comme des « trucs et astuces » à appliquer dans certaines conditions (Carpenter et al., 2005). Les élèves peuvent raisonner sur les opérations rencontrées en tenant compte des opérations mais aussi des propriétés mises en jeu sans devoir sélectionner une procédure à appliquer parmi des techniques apprises préalablement.

Entrainer la pensée relationnelle permet donc de ne pas accumuler les techniques apprises à appliquer en fonction du contexte de l'exercice. Cet élément peut être mis en lien avec l'anxiété mathématique définie comme un état d'inconfort ressenti face à une tâche mathématique (Ashcraft, 2002). Johnson et ses collaborateurs (2021) mettent en lien l'anxiété mathématique avec la capacité à sélectionner la stratégie à employer face à une tâche mathématique, l'élève sent son niveau de stress augmenter ce qui compromet alors sa capacité à réaliser la tâche mathématique (Johnson et al., 2021). Diminuer le nombre des techniques apprises en entrainant la pensée relationnelle permet aux élèves de réaliser des choix face à une tâche mathématique en utilisant une compréhension des opérations et non plus une sélection d'une technique sélectionnée parmi les diverses techniques apprises. Cette façon de travailler allège la mémoire de travail (Ashcraft, 2002) et pourrait impacter positivement l'anxiété mathématiques.

L'anxiété ressentie vis-à-vis des mathématiques est ressentie plus fréquemment chez les élèves présentant des difficultés d'apprentissage (Devine et al., 2018) c'est pourquoi notre travail s'adresse aux élèves fréquentant une première année différenciée. Ces élèves ont soit échoué leur certificat d'étude de base en fin de primaire ou réintègrent l'enseignement ordinaire après avoir fréquenté l'enseignement spécialisé.

Des interventions visant à diminuer l'anxiété mathématique ont été proposées durant notre travail en s'inspirant de celles décrites dans notre revue de la littérature : échelle d'anxiété complétée par les élèves avant chaque activité, plan de la séquence de cours, prise en compte des erreurs des élèves…

En intervenant dans nos propres classes, notre travail est de nature exploratoire, il nous permettra d'apporter un éclairage sur le travail de la pensée relationnelle et l'anxiété mathématique auprès d'élèves présentant des difficultés d'apprentissage et n'ayant pas encore rencontré l'apprentissage formel de l'algèbre.

1. Question de recherche

En tenant compte des informations résumées dans le point précédent, notre travail se centre sur la question : ***Le travail de la pensée relationnelle chez les élèves fréquentant l'enseignement différencié permet-il aux élèves de mieux comprendre la matière et de diminuer l'anxiété ressentie vis-à-vis des mathématiques ?***

Prendre en compte l'anxiété mathématique provient d'un constat exprimé dans un rapport de l'OCDE (2014, p. 90) : « *éprouver de l'anxiété vis-à-vis des mathématiques entraine une diminution de 34 points du score en mathématique en moyenne soit l'équivalent de près d'une année scolaire* ». Tenir compte de cette anxiété vis-à-vis des mathématiques est, dès lors, assez important surtout auprès des élèves présentant des difficultés d'apprentissage.

Notre travail a donc consisté à mettre en avant les effets éventuels de certaines méthodes pédagogiques sur l'anxiété ressentie vis-à-vis des mathématiques, enjeu qui concerne 30% des élèves face à la résolution de problèmes (OCDE, 2014) mais qui a aussi une influence sur les parcours scolaires ultérieurs (évitement des filières avec un nombre important d'heures de mathématiques) ainsi que sur les parcours professionnels (OCDE, 2014).

Ce constat a été mis en parallèle avec notre propre expérience professionnelle dans l'enseignement différencié. En effet, les élèves fréquentant ce type de classe ont des parcours très diversifiés et présentent des difficultés scolaires variées mais réalisent des choix pour leur parcours scolaire ultérieur en diminuant le nombre d'heures de mathématiques dans leur cursus (2h en 3ème professionnelle par exemple).

Nous réalisons notre travail dans les classes dans lesquelles nous intervenons en tant qu'enseignante, notre objectif n'est pas de démontrer l'effet de nos interventions mais bien de comprendre les éléments qui émergent suite à nos interventions auprès des élèves qui ont participé à ce travail. Ce travail de recherche est donc essentiellement à visée compréhensive.

En raison de notre intervention durant les cours de mathématiques, nous avons envisagé la pensée relationnelle qui, comme développé précédemment dans ce travail, est considéré comme un socle pour la pensée algébrique. Manipuler des quantités indéterminées, améliorer la compréhension de la notion d'équivalence sont des notions clés à l'articulation arithmétique-algèbre (Demonty & Vlassis, 2018). Les élèves fréquentant l'enseignement différencié se trouvent au carrefour entre la nécessité de comprendre les notions arithmétiques pour, entre autres, obtenir le Certificat d'Etude de Base (CEB) et acquérir des bases de la pensée algébrique car pour certains élèves, leur parcours scolaire s'orientera vers une 3ème professionnelle après avoir fréquenté deux ans de l'enseignement différencié[3]

2. Hypothèses de recherche

À partir de cette question de recherche, nous avons formulé trois hypothèses de travail sur lesquelles nous nous baserons pour structurer la suite de notre travail.

Hypothèse 1 : ***Suite au travail mis en place envisageant la pensée relationnelle, les résultats obtenus aux tâches mathématiques (jugement d'égalité, calculs lacunaires, partages inégaux) vont évoluer positivement entre le pré-test et le post-test. Ces résultats se maintiennent lors du post-test différé. (H1)***

Nos interventions en classe prennent appui sur le modèle proposé par Demonty et Vlassis (2018) et présenté dans notre revue de la littérature (*Figure 4)*. Dès lors, ce travail se structure en deux parties mathématiques :

- le jugement d'égalité et les calculs lacunaires pour envisager le sens des opérations et de l'égalité,
- les problèmes de partages inégaux pour envisager le raisonnement sur des quantités indéterminées.

Le travail de la pensée relationnelle permet d'aborder la signification du symbole d'égalité (Demonty & Vlassis, 2018). Ce travail de la pensée relationnelle permet de comprendre que le signe « = » n'est pas uniquement l'amorce de la réponse mais est un symbole d'équivalence qui permet d'analyser les opérations sans passer par le résultat de celles-ci (Demonty & Vlassis, 2018). En outre, en calcul mental, les élèves qui se trompent ont tendance à repérer des similitudes avec des règles déjà étudiées, avec des stratégies enseignées auparavant sans prendre le temps de revenir à la compréhension des opérations (Demonty & Vlassis, 2018).

Le travail de la pensée relationnelle permet d'approfondir la compréhension des opérations et des propriétés de celles-ci (Kiziltoprak & Kose, 2017).

[3] En 2022, 51,1% des élèves de 2ème différenciée n'obtiennent pas leur CEB (Fédération Wallonie Bruxelles, s.d.)

La deuxième partie de nos interventions en classe amène les élèves à raisonner sur des quantités indéterminées via la résolution de problèmes de partages inégaux. Ce type de problèmes permet de faciliter le passage d'un mode arithmétique à un mode algébrique et Bernardz et Janvier (1996, cités par Squalli, 2020) ont proposé un cadre d'analyse qui se base sur la nature du calcul relationnel.

Dans le cadre de ce travail, nous nous attendons à une évolution positive des résultats obtenus aux tâches mathématiques (jugement d'égalité, compensation et partages inégaux) car le travail de la pensée relationnelle envisage la compréhension des opérations et leurs propriétés, la compréhension de l'égalité comme une équivalence (Kiziltoprak & Kose, 2017) et le raisonnement sur des quantités inconnues. Les élèves devraient donc mieux réussir les tâches proposées lors du post-test avec un maintien des résultats lors du post-test différé.

Hypothèse 2 : Suite au travail mis en place envisageant la pensée relationnelle, les raisonnements des élèves évoluent de raisonnements arithmétiques vers des raisonnements à tendance analytique voire analytique entre le pré-test et le post-test. Ces types de raisonnements se maintiennent lors du post-test différé. (H2)

Après avoir observé les éventuels effets de nos interventions sur les résultats obtenus aux différentes tâches mathématiques proposées, il est intéressant d'analyser les raisonnements proposés par les élèves. En effet, sans apprentissage formel de l'algèbre, les élèves sont pourtant capables de raisonner de manière analytique (Oliveira & Rhéaume, 2014). Nous nous baserons alors sur les traces écrites des raisonnements proposés par les élèves participant à ce travail. Les raisonnements seront codés afin d'observer d'éventuelles modifications des démarches lors du post-test et du maintien de ces modifications lors du post-test différé.

Le codage des raisonnements sera réalisé pour chaque partie du questionnaire : jugement d'égalité, calculs lacunaires et partages inégaux.

Pour le jugement d'égalité et les calculs lacunaires, il s'agira de mettre en évidence si les élèves prennent en compte l'ensemble de l'égalité et les relations entre les nombres sans passer par le calcul d'une réponse. Nous utilisons la catégorisation utilisée par Kiziltoprak et Kose (2017) : les opérations réalisées en se basant sur la pensée relationnelle, les opérations réalisées en se basant sur une pensée relationnelle débutante, les opérations centrées sur le résultat.

Les problèmes de partages inégaux sont des problèmes qui demandent de manipuler des données inconnues mais sans nécessairement imposer un usage de l'algèbre formel (Demonty & Vlassis, 2018). Ils sont donc intéressant pour envisager les différents types de raisonnements proposés par les élèves (Oliveira & Rhéaume, 2014). Le développement de l'algèbre se base davantage sur le type de raisonnement que peut construire l'élève plutôt que sur l'usage de symboles formels (Kieran, 2017). Il est donc essentiel de faire évoluer les raisonnements des élèves et ainsi, de leur donner la possibilité d'avoir des outils qu'ils pourront utiliser dans différentes conditions. Dans notre travail de recherche, nous émettons l'hypothèse que les types de raisonnements devraient évoluer du partage équitable, des essais numériques, de la division vers le total comme source avec état final. Il s'agit des quatre stratégies observées avant l'enseignement formel de l'algèbre (Oliveira & Rhéaume, 2014). Le raisonnement « total comme source avec état final » ne mobilise pas le raisonnement arithmétique car grâce à la représentation globale réalisée au départ, l'élève est capable de prendre en compte les données inconnues (Oliveira & Rhéaume, 2014). Toutefois, il ne s'agit pas d'un raisonnement algébrique complet car il ne comporte que la composante analytique du raisonnement (Oliveira & Rhéaume, 2014). Les élèves, n'ayant pas encore été confrontés à l'enseignement formel de l'algèbre, proposent alors une stratégie arithmétique pour pouvoir résoudre ces problèmes en conservant le caractère analytique du raisonnement (Oliveira & Rhéaume, 2014).

Hypothèse 3 : ***Suite aux interventions réalisées en classe, l'anxiété ressentie vis-à-vis des mathématiques diminue entre le pré-test et le post-test. Le niveau d'anxiété obtenu lors du post-test se maintient lors du post-test différé. (H3)***

Comme nous l'avons mentionné dans la revue de la littérature, l'anxiété ressentie vis-à-vis des mathématiques peut apparaitre quand un élève se sent démuni face à une tâche mathématique et n'est alors pas capable de sélectionner la procédure à mettre en place (Ashcraft, 2002). Travailler la pensée relationnelle permet de ne pas enseigner une liste de procédures comme des « trucs et astuces » à appliquer dans certaines conditions (Carpenter et al., 2005). Ce travail de la pensée relationnelle permet d'approfondir la compréhension des opérations (Kiziltoprak & Kose, 2017) et permet à l'élève de simplifier les opérations en utilisant les propriétés et la compensation (Demonty & Vlassis, 2018). L'élève ne calcule pas le résultat mais peut transformer les opérations pour rendre le calcul plus facile et ainsi, réaliser les calculs en faisant moins d'erreur. Cette façon de travailler permet d'alléger la mémoire de travail puisqu'il ne doit plus activer une liste de stratégies possibles, réaliser une sélection en tenant compte du contexte de la tâche et effectuer ce qui est demandé. (Bone et al., 2021). Le travail de la pensée relationnelle pourrait donc avoir un impact sur l'état d'anxiété ressentie vis-à-vis des mathématiques.

Au-delà du travail du contenu mathématique, nos interventions concernent également l'autorégulation et l'anxiété en tant que telle (Johnson et al., 2021). Les interventions proposées en classe se basent sur le cadre d'analyse proposé par Johnson et al. (2021). Ces auteurs proposent des techniques pour la prise en charge individuelle d'élèves présentant des difficultés scolaires. Nous avons mis en pratique une partie de ces techniques en s'adressant aux classes dans leur globalité. Parmi les différentes interventions expliquées dans la revue de la littérature, nous en avons proposé plusieurs : l'échelle d'anxiété à compléter avant chaque activité réalisée en classe, la prise en compte des erreurs, le plan de travail en début de chaque cours, la résolution collective de situations problèmes. Ces techniques sont développées dans la partie méthodologie de notre travail.

Un questionnaire envisageant le niveau d'anxiété mathématique a été proposé en même temps que les questionnaires mathématiques afin d'observer un éventuel effet du travail à la fois de la pensée relationnelle et des interventions agissant sur les différentes composantes de l'autorégulation. Nous émettons l'hypothèse que le niveau d'anxiété mathématique devrait diminuer lors du post-test et se maintenir lors du post-test différé.

MÉTHODOLOGIE

1. Public cible

Les élèves participant à cette recherche sont des élèves fréquentant une première année de l'enseignement différencié. Ils sont âgés entre 12 et 14 ans et sont issus de deux classes différentes de la même école. Leur parcours scolaire est très variable d'un enfant à l'autre : certains proviennent de 6ème primaire, d'autres viennent de 5ème primaire, et enfin certains sont issus de l'enseignement spécialisé.

Les deux classes comptent respectivement 13 élèves et 14 élèves lors du début du travail de recherche. L'enseignante intervenant dans ces classes est également chercheuse pour ce travail de recherche.

2. Dispositif de recherche

Ce travail de recherche s'organise en plusieurs étapes résumées dans le schéma ci-dessous.

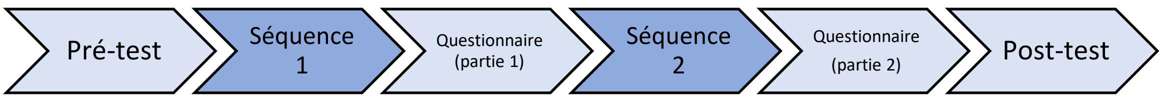


FIGURE 11: ETAPES DU TRAVAIL DE RECHERCHE REALISE EN CLASSE

Ce travail s'est déroulé de février 2023 à juin 2023. Les différentes parties du dispositif sont développées dans la suite de ce travail. Dans notre première séquence, le développement de la pensée relationnelle est envisagée en proposant un travail sur la compensation. Durant la deuxième séquence, les élèves sont amenés à raisonner sur des quantités indéterminées en résolvant des problèmes de partages inégaux. Les séquences de cours comportent respectivement 6 et 7h de cours.

Tout au long des interventions mathématiques, nous avons mis en place des techniques qui prennent en compte l'anxiété ressentie vis-à-vis des mathématiques. Ces outils sont également présentés dans cette partie.

Dans un second temps, nous développons les questionnaires employés à différents moments du dispositif. Ceux-ci sont proposés durant 2 séances de 50 minutes pour le pré-test et pour le post-test, les questionnaires intermédiaires se déroulent quant à eux sur une séance de 50 minutes puisqu'ils ne comportent qu'une partie du questionnaire de départ.

2.1. Séquence 1 : La compensation

Cette séquence se compose de 6 séances de 50 minutes au cours desquelles la pensée relationnelle est envisagée dans le cadre du travail de la compensation.

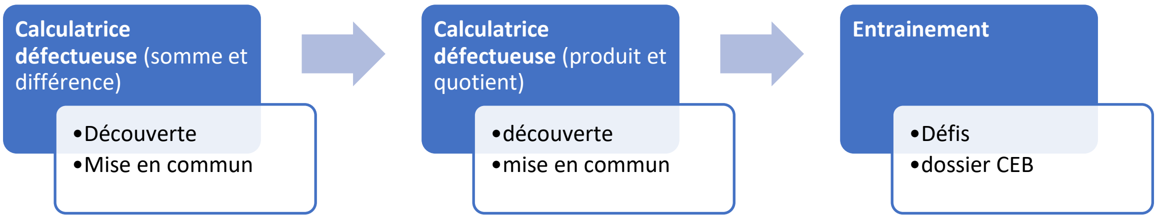


FIGURE 12 : DEROULEMENT DE LA SEQUENCE 1.

Cette séquence vise à comprendre le concept d'égalité entre deux opérations et à donner du sens aux opérations, notamment en proposant des activités qui envisagent la compensation dans les quatre opérations et la décomposition des termes ou des facteurs. Des éléments des activités de cette séquence sont illustrés en *Annexe 2.*

Cette séquence s'articule autour de l'activité de la « calculatrice défectueuse » (Demonty & Vlassis, 2018).

- ***Séance 1*** :

Après une explication du contexte (Marie, la fleuriste, a besoin d'aide), les élèves sont installés par groupe de 4 élèves. Ils reçoivent une calculatrice en carton indiquant un calcul et une touche défectueuse. Ils doivent proposer un calcul équivalent mais sans utiliser la touche défectueuse et expliquer leur raisonnement pour que la technique puisse être utilisée pour une autre opération. Une fois que leur réponse est notée, ils la placent dans la boite aux lettres de Marie. Durant la première séance, les élèves doivent travailler sur une somme et sur une différence.

- ***Séance 2 :***

Une mise en commun est réalisée à partir des papiers récoltés dans la boite aux lettres. Cette mise en commun se fait au tableau et permet de proposer différentes égalités dont la structure est la suivante : « calcul de départ = réponse d'un groupe ». L'enseignante demande à l'ensemble des élèves ce qu'ils en pensent et choisit deux élèves qui n'ont pas le même avis pour qu'ils puissent expliquer leur raisonnement. Ensuite, l'ensemble de la classe réfléchit à la manière d'être certain que l'égalité est correcte ou non. À la fin de la mise en commun, plusieurs égalités sont notées au tableau (*Figure 13)* et les élèves se rendent compte que certains calculs sont plus faciles à réaliser que d'autres. L'intérêt de pouvoir modifier le calcul sans modifier la réponse est alors visible pour l'ensemble des élèves.

137 + 66	= 140 – (1+2)	Incorrecte
	= 90 + 40 + 7 + 66	Correcte
	= 140 + 66 – 1 – 2	Correcte
	= 127 + 66 + 10	Correcte

FIGURE 13: EXEMPLE D'EGALITES PROPOSEES LORS DE LA SEANCE 2

Cette séance permet de mettre en évidence le sens de l'égalité et de ne pas envisager le signe égal comme une annonce de résultat. Les élèves sont confrontés à des égalités présentant des opérations des deux côtés de l'égalité et ne doivent pas faire intervenir la réponse dans leur justification. Certaines propriétés des opérations comme la commutativité et l'associativité ainsi que la compensation et la décomposition des termes interviennent durant les mises en commun. À la fin de la séance, une égalité par opération est sélectionnée pour être affichée au-dessus du tableau noir afin de garder une trace visuelle du travail effectué lors de la mise en commun.

- ***Séance 3 :***

La même méthodologie que lors de la séance 1 est proposée mais en faisant intervenir un produit et un quotient: les élèves reçoivent les calculatrices en carton avec les opérations et les touches défectueuses. Les groupes de 4 élèves proposent des opérations alternatives en respectant les touches défectueuses et placent leurs propositions dans la boite aux lettres.

- ***Séance 4 :***

Mise en commun à partir des propositions déposées à la séance précédente dans la boite aux lettres. Les opérations sont transformées en mettant en jeu les propriétés des opérations et des techniques comme la compensation et la décomposition.

- ***Séance 5 :***

Des défis (*Annexe 3)* à réaliser sont proposés aux élèves qui travaillent en binômes. Ces défis conservent en partie le contexte de l'activité des deux premières séances pour que les élèves puissent mettre en pratique ce qui a été envisagé lors des mises en commun. Le travail en binômes permet le soutien d'un pair.

- ***<u>Séance 6 :</u>***

Des exercices issus des CEB précédents (*Annexe 4*) ont été proposés aux élèves pour qu'ils puissent utiliser les méthodes mises en avant en classe. Ils peuvent prendre appui sur les supports visuels issus des mises en commun et affichés en classe. Ces exercices sont présentés pour varier les contextes et permettre aux élèves de travailler individuellement sur les opérations et les manipulations de celles-ci en faisant intervenir les propriétés des opérations. L'enseignante passe dans les bancs afin d'aider individuellement chaque élève en fonction des difficultés rencontrées.

Après les six séances réalisées en classe, deux questionnaires sont proposés aux élèves : celui sur l'anxiété et celui envisageant le jugement d'égalité et les calculs lacunaires. L'objectif de cette phase de questionnaire est de pouvoir mettre en avant l'influence de la séquence sur les performances aux tâches de jugement d'égalité et de calculs lacunaires, d'observer les raisonnements employés pour justifier les réponses et les effets éventuels des différentes interventions mises en place sur le niveau d'anxiété ressentie par les élèves.

2.2. Séquence 2 : Les partages inégaux.

La seconde séquence (*Annexe 5*) de cours portant sur les partages inégaux est proposée aux élèves. Cette séquence dure 7 séances de 50 minutes. Elle s'articule autour d'une séance de découverte avec une manipulation de boites (Demonty & Vlassis, 2018) réalisée par groupes de 4 élèves.

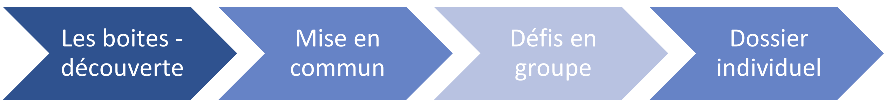


FIGURE 14 : DEROULEMENT DE LA SEQUENCE 2.

- ***<u>Séances 1- 2 :</u>***

Lors de cette séance de découverte, des boites sont présentées aux élèves. Celles-ci contiennent des bonbons et les élèves vont devoir trouver combien de bonbons se trouvent dans les boites. Pour pouvoir réaliser cette tâche, ils reçoivent des indices leur permettant de répondre à la question de départ : « Combien y-t-il de bonbons dans chaque boite ? ». Les élèves ont d'abord le matériel sous les yeux : deux boites et trois bonbons devant une des deux boites. Ensuite, ils reçoivent la phrase suivante comme indice :

« Voici deux boites contenant des bonbons.

La première boite contient un certain nombre de bonbons.

La deuxième boite contient le même nombre de bonbons
que la première, ainsi que 3 en plus » (Demonty & Vlassis, 2018).

Quand ils ont pu expliquer en langage mathématique et en mots ce qu'ils savent sur les boites, les élèves reçoivent le deuxième indice.

« Maintenant, vous avez un nouvel indice : en tout, il y a 21 bonbons ».

À la suite de ce second indice, la question suivante est posée :

« Que savez-vous maintenant sur le nombre de bonbons contenus dans chacune des boites ? »

Une mise en commun est réalisée pour mettre en évidence les différents raisonnements des élèves et la représentation de ceux-ci.

Différents problèmes de partages inégaux faisant intervenir trois boites sont alors proposés aux élèves. Ils continuent de travailler par groupe de quatre pour favoriser les échanges entre pairs. Aucune correction n'est apportée durant la séance aux différents groupes. L'objectif de cette séance est de récolter les raisonnements spontanés des élèves. Ceux-ci sont récoltés pour être utilisés lors de la séance de mise en commun par la suite.

- ***Séance 3:***

Lors de la mise en commun, les raisonnements proposés par les élèves sont présentés au tableau et comparés. Les élèves déterminent quels raisonnements sont corrects ou non lors d'une discussion. Amener la justification lors de la comparaison des raisonnements permet de mettre en avant l'égalité des opérations, la vérification de la réponse finale avec les relations présentes dans l'énoncé, la représentation des situations, la prise en compte des quantités indéterminées. En outre, les raisonnements amenant une réponse erronée sont exploités afin de permettre aux élèves de comprendre pourquoi la réponse obtenue est erronée. Comparer les différents problèmes est également envisagé durant cette mise en commun afin que les élèves puissent percevoir la différence existant entre les problèmes et les façons de traiter les informations contenues dans ces différentes situations problèmes.

- ***Séances 4 - 5 :***

Les élèves sont confrontés à des problèmes de partages inégaux mais avec d'autres contextes que des boites et des bonbons. Ceux-ci permettent d'exploiter les éléments mis en avant lors de la mise en commun. Les élèves travaillent en groupe de 3 élèves et les feedbacks de l'enseignante sont donnés à chaque groupe en fonction de l'évolution de leurs propositions.

- ***Séance 6 – 7 :***

Les élèves sont amenés à résoudre des problèmes de partages inégaux individuellement pour qu'ils puissent tenter de mettre en application ce qui a été envisagé lors des séances précédentes. L'enseignante peut alors observer les difficultés rencontrées par les élèves et apporter un soutien pour que ces difficultés soient surmontées.

Après ces 7 séances de cours, les questionnaires envisageant l'anxiété et la résolution de problèmes de partages inégaux sont proposés aux élèves. L'objectif de cette phase de questionnaire est de pouvoir mettre en avant l'influence de la séquence sur les performances en résolution de problèmes de partages inégaux, sur les raisonnements produits par les élèves et sur le niveau d'anxiété ressentie par les élèves.

La dernière phase de ce travail de recherche consiste à proposer le questionnaire dans son entièreté : anxiété mathématique, jugement d'égalité et calculs lacunaires, problèmes de partages inégaux, 7 semaines après la fin de la seconde séquence afin de pouvoir mettre en avant si les bénéfices éventuellement observés directement après les séquences de cours se maintiennent dans le temps. Les bénéfices peuvent s'observer au niveau des performances et/ou de l'anxiété mais aussi au niveau des raisonnements mis en place par les élèves.

2.3. Prise en compte de l'anxiété vis-à-vis des mathématiques

Durant les deux interventions réalisées en classe, l'enseignante a pris en compte l'anxiété ressentie vis-à-vis des mathématiques à l'aide de techniques de différentes natures. Ces techniques sont déployées de la même façon dans les deux classes et durant les deux séquences de cours.

La première consiste à proposer une échelle de l'anxiété inspirée de l'échelle d'expression de sentiments de Johnson et al. (2021) avant de commencer les activités. Cette échelle est expliquée aux élèves qui doivent la compléter avant de débuter la séance de cours.

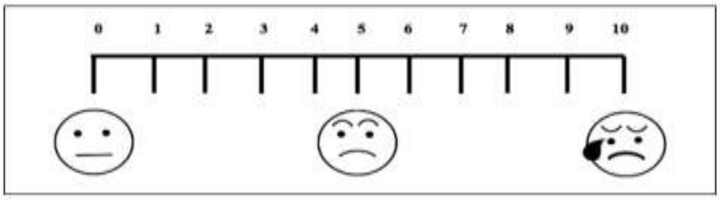


FIGURE 15: ECHELLE D'EXPRESSION DE SENTIMENT (JOHNSON ET AL., 2021).

Park et al. (2014, cités par Foley et al., 2017) ont montré que si les élèves écrivaient leurs pensées et leurs sentiments avant d'entamer une tâche mathématique, l'écart de performance avait tendance à diminuer entre les élèves fort anxieux et les élèves moins anxieux. Nous utiliserons les échelles visuelles d'expression de sentiments (*Figure 15*) pour éviter de faire intervenir des difficultés en écriture. En parallèle des échelles visuelles employées, des plans de séances (avec timing) sont présentés pour que les élèves puissent avoir une idée claire de ce qu'on attend d'eux (Johnson et al., 2021). Quand un élève se sent fort anxieux (constat réalisé grâce à l'échelle utilisée sur les feuilles), une routine peut être mise en place afin de permettre à l'élève de se sentir compétent (dépendra de l'élève se trouvant face à nous, mais consistera à lui faire faire un « échauffement mathématique » avec des calculs qu'il maitrise) et de commencer la séance par un événement positif lié aux mathématiques (Johnson et al., 2021).

3. Les outils de récolte de données

Pour la récolte de nos données, nous avons proposé des questionnaires à différents moments de l'année scolaire (Figure **11***Figure 11) :* avant les interventions en classe (pré-test), après chaque intervention en classe et enfin de manière différée 7 semaines après les interventions en classe (post-test différé).

Durant les interventions en classe, un carnet de bord (*Annexe 6* et *Annexe 7)* a été tenu par l'enseignant afin d'y relater les observations les plus importantes concernant les raisonnements des élèves, les blocages éventuels par rapport à certaines situations, la compréhension de certaines notions ou de certaines procédures. Ce carnet de bord permettra d'alimenter les analyses concernant les éventuelles modifications de performances et/ou de raisonnement entre les différents questionnaires proposés. Il permettra également de mettre en lien certains résultats avec les événements qui se sont déroulés en classe.

3.1. Les questionnaires

Trois questionnaires ont été proposés aux élèves :

- Un questionnaire évaluant l'anxiété ressentie vis-à-vis des mathématiques (*Annexe 8*),
- Un questionnaire mathématiques constitué de deux parties :
    - Partie 1 : jugement d'égalité et calculs lacunaires *(Annexe 9)*
    - Partie 2 : les problèmes de partages inégaux *(Annexe 10)*

Nous présentons chaque questionnaire en développant les objectifs poursuivis, les manières d'exploiter les données et les études dont ils sont issus.

3.1.1. Questionnaire sur l'anxiété ressentie vis-à-vis des mathématiques

Le questionnaire portant sur l'anxiété ressentie vis-à-vis des mathématiques (*Annexe 8)* se présente sous la forme d'une échelle à 4 niveaux (Pas du tout d'accord – Pas d'accord – D'accord – Tout à fait d'accord). Il est inspiré du questionnaire proposé dans les enquêtes internationales PISA 2012 (OCDE, 2014). Les items proposés dans ce questionnaire sont les items pris en compte dans le calcul de l'indice d'anxiété ressentie vis-à-vis des mathématiques.

Les élèves doivent indiquer dans quelle mesure ils sont d'accord ou non avec les affirmations suivantes :

- Je m'inquiète souvent en pensant que j'aurai des difficultés au cours de mathématiques ;
- Je suis très tendu(e) quand j'ai un devoir de mathématiques à faire ;

- Je deviens très nerveux (nerveuse) quand je travaille à des problèmes de mathématiques ;
- Je me sens perdu(e) quand j'essaie de résoudre un problème de mathématiques ;
- Je m'inquiète à l'idée d'avoir de mauvaises notes en mathématiques.

Ce questionnaire a été proposé aux élèves à 4 reprises : avant d'entamer la première intervention en classe, après chaque intervention et sept semaines après la dernière intervention. La passation de ce questionnaire prend environ 10 minutes.

L'analyse de ce questionnaire permet de mettre en avant si le niveau d'anxiété varie au fur et à mesure du processus de manière collective par classe mais également pour chaque individu et ce, en fonction de la question posée.

Pour l'analyse des données, nous envisagerons le pourcentage de réponses « d'accord » ou « tout à fait d'accord ».

Cette analyse permettra d'éclairer notre troisième hypothèse : ***Suite aux interventions réalisées en classe, l'anxiété ressentie vis-à-vis des mathématiques diminue entre le pré-test et le post-test. Le niveau d'anxiété obtenu lors du post-test se maintient lors du post-test différé. (H3)***

3.1.2. *Questionnaire envisageant le jugement d'égalité et les calculs lacunaires*

Le questionnaire envisageant les jugements d'égalité et les calculs lacunaires comporte trois parties.

3.1.2.1. Le jugement d'égalité

La question de jugement d'égalité (*Annexe 9*) consiste pour l'élève à déterminer si les égalités proposées sont correctes (C) ou incorrectes (I) et à expliquer sa réponse. Le questionnaire envisage les 4 opérations et met en jeu les propriétés telles que l'associativité et la commutativité.

$$9 + 7 = 7 + 9$$

$$12 – (9 - 2) = (12 – 9) + 2$$

$$(5 \times 4) \times 7 = (7 \times 4) \times 5$$

FIGURE 16: EXEMPLES D'EGALITES PROPOSEES DANS LE QUESTIONNAIRE (KIZILTOPRAK & KOSE , 2017)

Il a pour objectif de mettre en avant le niveau de compréhension du signe « = ». Cette égalité, comme développé dans la revue de la littérature, peut avoir un double statut : annonce d'un résultat ou symbole d'une relation d'équivalence (Carpenter et al., 2005).

Ce questionnaire inspiré de celui employé par Kiziltoprak et Kose (2017) a pour objectif de mettre en avant les changements dans l'utilisation de la pensée relationnelle après la séquence 1. Les changements peuvent se manifester par de meilleures performances (***H1***) mais également par des modifications de raisonnements (***H2***) pour justifier les réponses données.

Notre analyse nous permet de mettre en avant un score de réponses correctes (maximum = 6) avant l'intervention en classe, directement après la séquence 1 et lors du post-test différé. En parallèle des scores obtenus, les raisonnements proposés pour l'explication de la réponse ont été codés afin d'observer une éventuelle évolution de la manière de raisonner. Le codage des réponses de cette question a été réalisée sur base de la catégorisation proposée par Kiziltoprak et Kose (2017) qui comprend 3 catégories : les opérations réalisées en se basant sur la pensée relationnelle ou sur une pensée relationnelle débutante et les opérations centrées sur le résultat. Les critères utilisés pour le codage des raisonnements proposés par les élèves sont développés dans la *Figure 17*. Un tableau reprenant à la fois les critères de codage et des exemples de raisonnements sélectionnés dans notre échantillon est présenté en *Annexe 11*.

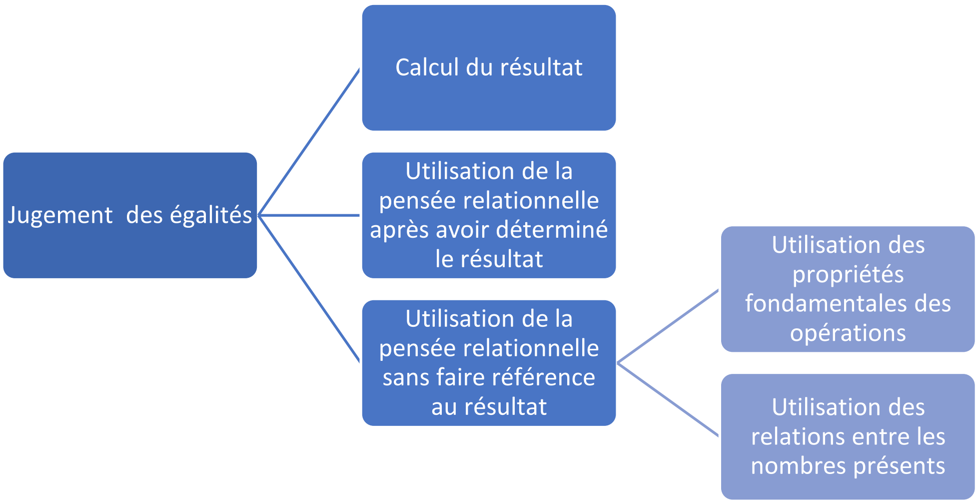


FIGURE 17 : CRITERES DE CODAGE DES RAISONNEMENTS OBSERVES POUR LA QUESTION DE JUGEMENT D'EGALITES.

3.1.2.2. Les calculs lacunaires

Dans cette deuxièmes partie du questionnaire (*Annexe 9), il* s'agit pour l'élève de compléter les égalités lacunaires avec le(s) nombre(s) qui convien(nen)t. Ce questionnaire est inspiré de l'étude de Stephens et Ribeiro (2012). Les quatre opérations sont envisagées à travers deux énoncés par opération.

48 x 2,5 = ◯ x 10 → Le ◯ vaut : ....

FIGURE 18 : EXEMPLE D'UNE OPERATION LACUNAIRE A COMPLETER (STEPHENS ET RIBEIRO, 2012)

Dans un premier temps, il s'agit pour l'élève de trouver la valeur unique qui manque dans l'énoncé. Le raisonnement peut être calculatoire ou relationnel, pour tenter de différencier ces raisonnements, une justification est demandée pour chaque énoncé. La place de la valeur inconnue change pour chaque énoncé et l'exercice est précédé de la consigne suivante : « Pour chacune des opérations, écris le nombre remplacé par un cercle pour que l'égalité soit respectée. Explique à chaque fois ton raisonnement ».

Le raisonnement calculatoire s'observe si l'élève met en avant le résultat du calcul situé d'un côté du signe égal et l'utilise pour trouver la valeur inconnue. Par contre, un raisonnement relationnel ne fait pas intervenir le résultat mais il met en avant les relations, les variations mises en jeu dans l'ensemble de l'égalité. Pour l'exemple proposé précédemment, Irwin et Britt (2005) proposent comme raisonnement relationnel :

« Comme je sais que 10, c'est 4 fois 2,5 et que les deux côtés doivent être équivalents, je dois diviser 48 par 4. Le nombre qui manque est donc 12 ».

Il ne faut toutefois pas se contenter d'une allusion au signe égal pour parler de pensée relationnelle (Irwin & Britt, 2005). En effet, il s'agit d'utiliser l'équivalence et de connaitre la direction de la variation nécessaire pour appliquer la compensation (Stephens et Ribeiro, 2012). L'élève doit donc être attentif à la fois aux nombres qui sont reliés mais aussi aux opérations qui sont en jeu (Stephens et Ribeiro, 2012). Cette partie du questionnaire permet de mettre en évidence une mauvaise compréhension du signe « = » si l'élève propose une réponse dans laquelle le signe égal est vu comme une annonce de réponse ou si l'élève ne tient simplement pas compte du signe égal (*Figure 19).*

Pour 78 – 34 = ◯ - 28	
L'élève répond 44 → signe égal vu comme annonce d'une réponse	L'élève répond 16 → ne tient pas compte du signe égal et réalise une opération avec tous les nombres présents

FIGURE 19 : COMPREHENSION ERRONEE DU SIGNE D'EGALITE (INSPIRE DE STEPHENS & RIBEIRO, 2012).

Le score obtenu à cette partie du questionnaire prend en compte le nombre de réponses correctes (maximum : 8 points). Les justifications sont analysées en fonction du type de raisonnement mis en avant par l'élève (Stephens et Ribeiro, 2012). Pour ce faire, nous codons (*Figure 20*) les raisonnements produits par les élèves. Un tableau reprenant à la fois les critères de codage et des exemples de raisonnements sélectionnés dans notre échantillon est présenté en

Annexe 12.

Raisonnement arithmétique	Raisonnement Relationnel	Raisonnement non déterminé
• Calcul de la réponse	• avec calcul de la réponse • Propriétés ou relations • avec erreur de calcul	• Réponse erronée • Absence de réponse • Mauvaise compréhension du signe "="

FIGURE 20 : CRITERES DE CODAGE DES RAISONNEMENTS POUR LES 8 ITEMS DE CALCUL LACUNAIRE (1 NOMBRE MANQUANT).

Le codage des explications fournies par les élèves permet d'avoir une idée des raisonnements mis en œuvre. Cependant, certains élèves pourraient n'utiliser qu'un raisonnement arithmétique alors qu'ils sont capables d'utiliser un raisonnement relationnel (Stephens et Ribeiro, 2012) car il n'y a qu'un seul nombre manquant à trouver. C'est pourquoi une dernière question inspirée de Stephens et Ribeiro (2012) est proposée aux élèves. Elle contient à nouveau les 4 opérations mais elle nécessite d'utiliser la pensée relationnelle car deux valeurs doivent être trouvées pour chaque égalité proposée et plusieurs solutions doivent être trouvées pour la même égalité *(Figure 21)*.

Peux-tu ***compléter*** les cases des calculs ci-dessous (de manière différente) pour que ton calcul reste correct :

18 + ◯ = 20 + ◯
18 + ◯ = 20 + ◯
18 + ◯ = 20 + ◯

FIGURE 21: QUESTION FIGURANT DANS LA PARTIE CALCUL LACUNAIRE DU QUESTIONNAIRE.

A la suite des égalités, deux sous-questions sont proposées : l'une envisage les relations qui sont employées pour répondre à la première question et l'autre envisage des nombres plus grands. Ces questions visent à mettre en évidence si l'élève est capable d'utiliser la pensée relationnelle et à quelle niveau de raisonnement il se situe pour justifier ses réponses. En outre, la dernière question permet d'observer si l'élève peut utiliser son raisonnement pour des nombres plus grands. Les réponses sont analysées en fonction des critères présentés dans la *Figure 22.*

Réponses correctes	• Avec justification correcte • Sans justification de relation entre les nombres
Réponses incomplètes	La justification est présente mais toutes les égalités ne sont pas complétées ou correctes.
Réponses incorrectes	Le lien entre les deux valeurs manquantes n'est pas mis en avant et les réponses données ne sont pas correctes
Absence de réponse	Aucune réponse n'est donnée par l'élève

FIGURE 22 : CRITERES DE CODAGE DES RAISONNEMENTS POUR LES 4 ITEMS DE CALCULS LACUNAIRES (2 NOMBRES MANQUANTS)

Un tableau reprenant à la fois les critères de codage et des exemples de raisonnements sélectionnés dans notre échantillon est présenté en *Annexe 13.*

Au total, le questionnaire concernant le statut de l'égalité et la compensation comporte 6 faces et est administré durant une séance de 50 minutes de cours à la suite du questionnaire concernant l'anxiété ressentie vis-à-vis des mathématiques.

Ce questionnaire est analysé en tenant compte des trois parties le composant : jugement d'égalités, compléter l'égalité (1 valeur manquante) et compléter l'égalité (2 valeurs manquantes). Les justifications sont codées en vue de répondre à notre 2ème hypothèse de travail : ***Suite au travail mis en place envisageant la pensée relationnelle, les raisonnements des élèves évoluent de raisonnements arithmétiques vers des raisonnements à tendance analytique voire analytique entre le pré-test et le post-test. Ces types de raisonnements se maintiennent lors du post-test différé. (H2)***

De meilleurs résultats sont attendus lors du questionnaire après la séquence de cours entrainant la pensée relationnelle. Les types de raisonnements observés après la séquence de cours devraient être plus relationnels avec une diminution raisonnements arithmétiques. Le post-test différé permet d'observer si les performances se maintiennent (***H1***) et si les raisonnements relationnels se maintiennent (***H2***).

3.1.3. Questionnaire envisageant les problèmes de partages inégaux

Le dernier questionnaire (*Annexe 10)* envisage la résolution de problèmes de partages inégaux. Il permet de mettre en évidence la résolution correcte (***H1***) des problèmes proposés mais également la manière avec laquelle l'élève manipule des quantités indéterminées (***H2***). Le questionnaire est repris de l'étude de Oliveira et Rhéaume (2014).

Les problèmes sont proches de ceux proposés dans les manuels scolaires et le premier problème du questionnaire ne comporte qu'une relation. Ce problème est inclus dans le questionnaire pour s'assurer de l'engagement des élèves mais il ne sera pas pris en compte dans les résultats. Les problèmes proposés dans le questionnaire varient en fonction de la nature des relations et de l'enchainement (Oliveira & Rhéaume, 2014). Les caractéristiques des différents problèmes sont reprises dans la *Figure 23*.

Problèmes	Nature de la relation	Enchainement
Frédéric, Lucie et Roger ont ensemble 55 albums de bandes dessinées. Lucie a 15 albums de plus que Frédéric et Roger a le double d'albums de Frédéric. Combien d'albums chacun a-t-il ?	Additive - multiplicative	Source

Dans une école, 180 élèves pratiquent un sport. Le nombre d' élèves qui pratiquent le football est le triple de ceux qui pratiquent le volley et le nombre d'élèves qui pratiquent le basket est le double du nombre d'élèves qui pratiquent le volley. Dans cette école, combien d' élèves pratiquent chaque sport ?	Multiplicative – multiplicative	Source
Trois équipes de basket ont participé à la finale du championnat. Ensemble, elles ont marqué 260 points. L'équipe B a marqué 20 points de plus que l'équipe A et l'équipe C a marqué le double de points de l'équipe B. Combien de points chacune des équipes a-t-elle marqué ?	Additive – multiplicative	Composition
Martha, Raphael et Anne ont ensemble 270 porte-clés. Raphaël a le double du nombre de porte-clés de Martha, et Anne a le triple du nombre de porte-clés de Raphaël. Combien de porte-clés chacun a-t-il ?	Multiplicative – multiplicative	Composition
Jean, Pierre et Claudio ont ensemble 160 autos miniatures. Pierre a 25 autos de moins que Jean et 15 autos de moins que Claudio. Combien d'autos chacun d'entre eux possède-t-il ?	Additive – additive	Puits

FIGURE 23: CARACTERISTIQUES DES PROBLEMES DE PARTAGES INEGAUX DU QUESTIONNAIRE (OLIVEIRA & RHEAUME, 2014).

Face à ce type de problèmes, différents raisonnements peuvent être observés (Oliveira & Rhéaume, 2014). Nous avons analysé les réponses obtenues à la lumière de ces différents raisonnements possibles *(Figure 24)*.

Raisonnements possibles	**Réponse correcte ou incorrecte**
Fait une division	Réponse incorrecte
Partage équitable	Réponse incorrecte
Essai numérique avec ou sans explicitation des relations	Plusieurs essais pas toujours corrects
Total comme source - Etat final - Etat intermédiaire	Réponse correcte
Algébrique	Réponse correcte
Calcul quelconque	Réponse incorrecte
Non identifiée	Absence de réponse / raisonnement non identifié

FIGURE 24 : TYPES DE RAISONNEMENTS RENCONTRES POUR LA RESOLUTION DE PROBLEMES DE PARTAGES INEGAUX (OLIVEIRA ET RHEAUME, 2014).

Les résultats sont analysés en termes de performance (maximum 10 points). La cotation s'applique en utilisant la grille de cotation suivante :

0	La réponse n'est pas correcte ou il y a absence de réponse.
1	Le raisonnement est incomplet et/ou la réponse n'est pas complète
2	La réponse est correcte et complète.

FIGURE 25 : GRILLE DE COTATION DES PROBLEMES DE PARTAGES INEGAUX.

L'analyse porte également sur le type raisonnement mis en avant pour résoudre les problèmes. Cette analyse permet d'éclairer nos deux hypothèses concernant l'impact du travail de la pensée relationnelle sur les performances (***H1***) d'une part et sur l'évolution des raisonnements (***H2***) d'autre part.

3.2. Carnet de bord

L'enseignante-chercheuse a tenu un carnet de bord durant les deux interventions proposées au sein des classes (*Annexe 6 et Annexe 7*). Ce carnet de bord a pour objectif de pouvoir garder une trace des activités, des raisonnements mis en place, des discussions réalisées lors des mises en commun. Ces traces permettent d'éclairer les analyses réalisées dans la suite du travail et d'expliquer certaines observations réalisées au travers des questionnaires.

L'enseignante-chercheuse prenait le temps après la séance de travail de mettre par écrit tous les faits marquants de la séance de cours : raisonnements inattendus, difficultés rencontrées, formalisation au TN, …

4. Traitement des données

Pour amener des éléments de réponses à nos deux premières hypothèses de travail, les scores et les codages de raisonnements ont été repris dans des tableaux Excel (*Annexe 15* à *Annexe 22*) pour chaque partie du questionnaire mathématiques. La cohérence interne de notre questionnaire n'a pas été envisagée car l'alpha de Cronbach utile pour cette analyse est influencé par le nombre d'items du questionnaire. Le nombre d'items de chaque partie de notre questionnaire est très petit (6 pour le jugement d'égalité, 8 pour les calculs lacunaires (1nombre manquant), 4 pour les calculs lacunaires (2nombres manquants) et 6 pour les partages inégaux). En outre, l'échantillon pris en compte en fin de travail de recherche est très réduit (classe 1 : n=8 et classe 2 : n=11).

Le traitement des données a été réalisé par classe dans un premier temps : calcul des moyennes, des écarts-types pour les performances et pourcentage d'apparition des différents raisonnements.

Pour le questionnaire envisageant l'anxiété ressentie vis-à-vis des mathématiques, les réponses ont été codées : pas du tout d'accord =1 à tout à fait d'accord = 4 et le pourcentage de réponses « d'accord » - « tout à fait d'accord » a été calculé par classe et par question. Nous avons également comparé l'évolution des réponses entre les filles et les garçons étant donné que l'anxiété ressentie vis-à-vis des mathématiques varie en fonction du sexe (OCDE, 2014). Les élèves absents à au moins un questionnaire ont été retirés de l'échantillon, ce qui diminue l'effectif de notre échantillon.

PRÉSENTATION DES RÉSULTATS

Cette partie présente les résultats récoltés aux différents questionnaires. Par souci de clarté, nous présentons les résultats en suivant l'ordre des hypothèses énoncées précédemment : les performances obtenues aux parties mathématiques (jugement d'égalité, calculs lacunaires et partages inégaux) (***H1***), l'évolution des raisonnements des élèves (***H2)*** et le niveau d'anxiété vis-à-vis des mathématiques ***(H3)***.

1. Résultats obtenus aux questionnaires mathématiques

Pour chaque partie du questionnaire, nous présentons les scores obtenus dans les deux classes. Chaque élève absent à au moins 1 questionnaire a été retiré de l'échantillon ce qui explique l'effectif réduit.

1.1. Le jugement d'égalité

Les élèves doivent indiquer si les égalités sont correctes ou non. Pour chaque réponse correcte, un point était obtenu avec un maximum de 6 points.

	Pré-test	Post-test	Post-test différé
Classe 1 (n=8)	3,50 (1,20)	3,88 (0,83)	4 (0,93)
Classe 2 (n=11)	1,82 (1,47)	3,82 (1,17)	3,82 (1,33)

FIGURE 26 : MOYENNE SUR 6 (ET ECART-TYPE) AU TEST DE JUGEMENT D'EGALITE

Nous constatons que les moyennes augmentent dans les deux classes entre le pré-test et le post-test réalisé directement après l'intervention en classe. Pour le post-test différé, nous constatons que les résultats obtenus au premier post-test sont maintenus dans les deux classes. La notion d'équivalence a été abordée au cours de la première séquence. Certains élèves étaient bloqués face à des égalités ne présentant pas une réponse après le signe égal mais plutôt une autre opération. L'activité de la « calculatrice défectueuse » semble avoir permis à ces élèves de comprendre que le signe « = » n'était pas uniquement un symbole annonçant un résultat. Les différentes manipulations effectuées durant l'intervention en classe ont en effet permis de mettre en évidence différents constats :

- Deux opérations aboutissant au même résultat peuvent être écrites sous la forme d'une égalité

- Le passage d'une opération à l'autre ne nécessite pas de trouver la réponse.

Durant l'intervention en classe, il n'a jamais été question de « trouver la réponse » à une opération. Les activités proposées avaient pour but de faire transformer des opérations en ayant la conviction que le résultat ne change pas mais sans calculer ce résultat. Le travail s'est donc basé sur les propriétés des opérations et sur les relations existant entre les différents nombres présents dans les exercices proposés. Les résultats se maintiennent dans le temps puisqu'au post-test différé les scores moyens correspondent aux scores moyens du post-test réalisé directement après l'intervention en classe (classe 2) ou sont supérieurs (Classe 1).

1.2. Les calculs lacunaires

1.2.1. Un nombre manquant

Pour cette partie du questionnaire, les élèves doivent compléter des égalités par un nombre manquant et expliquer comment ils trouvent cette réponse. Pour chaque proposition correcte, nous octroyons 1 point (maximum : 8 points). Les quatre opérations sont représentées par deux égalités.

	Pré-test	Post-test	Post-test différé
Classe 1 (n=8)	1,63 (1,92)	3,50 (2,56)	1,50 (1,41)
Classe 2 (n=11)	1,27 (1,90)	3,45 (2,94)	2,18 (1,89)

FIGURE 27 : MOYENNE SUR 8 (ET ECART-TYPE) AU TEST DE CALCUL LACUNAIRE- 1 NOMBRE MANQUANT

Pour les deux classes, les moyennes augmentent entre le pré-test et le post-test réalisé directement après l'intervention en classe. Pour le post-test différé, les scores moyens diminuent pour retrouver le niveau du pré-test dans la classe 1 alors qu'ils diminuent de manière moins importante pour la classe 2. Il semble donc que les élèves réussissent mieux la tâche demandée après la séquence 1 mais les résultats ne se maintiennent pas dans le temps si nous regardons l'ensemble des classes. Les écart-types montrent une grande variabilité dans les résultats. Nous présentons les scores individuels des élèves des deux classes[4].

[4] Les tableaux qui ont permis de construire ces graphiques sont repris en *Annexe 16.*

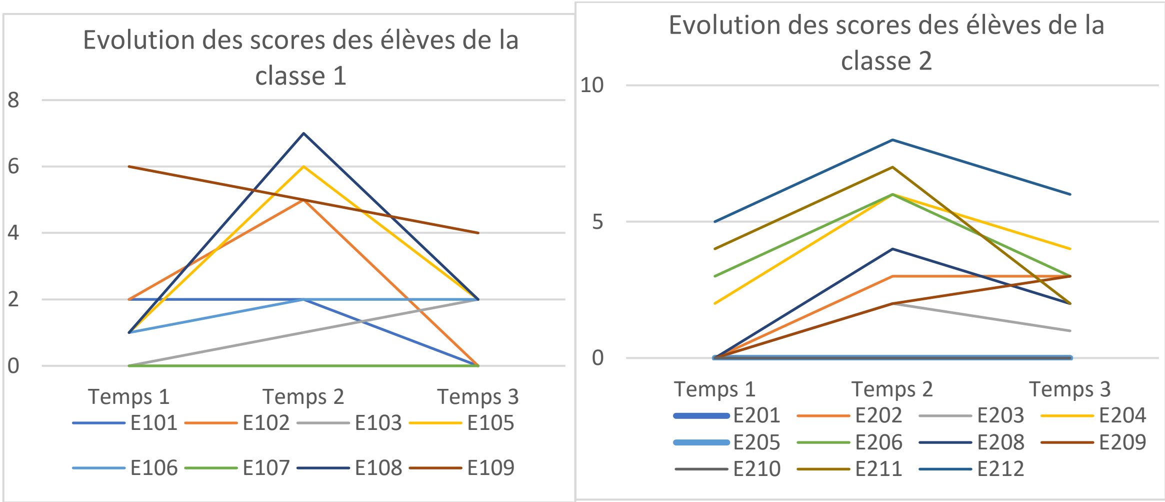


FIGURE 28 : EVOLUTION DES RESULTATS PAR ELEVE AUX 8 ITEMS DE CALCUL LACUNAIRE (1 NOMBRE MANQUANT)

Dans la classe 1, nous constatons qu'un élève (E109) obtient des scores qui diminuent durant les trois temps. Deux élèves ont des scores stables au temps 2 mais qui restent stables au temps 3 (E107) ou qui diminuent au temps 3 (E101). Cinq élèves sur 8 montrent des scores supérieurs lors du temps 2 mais qui évoluent différemment au temps 3 : un élève conserve les scores obtenus au temps 2 (E106), un élève obtient des résultats supérieurs au temps 2 (E103) et trois élèves ont des scores inférieurs à ceux obtenus au temps 2 (E102-E108-E105). E102 obtient des résultats inférieurs à ceux obtenus lors du pré-test (temps1) alors que E108 et E105 obtiennent des résultats supérieurs à ceux obtenus lors du pré-test.

Dans la classe 2, trois élèves obtiennent des scores de 0 aux trois temps du processus (E201-E210-E205) mais les huit autres élèves améliorent leurs résultats lors du temps 2. L'évolution des scores au temps 3 varie : un élève progresse encore (E209), un élève obtient des résultats stables (E202) et six élèves ont des scores inférieurs au temps 3. Ces six élèves obtiennent des scores au temps 3 qui correspondent à ceux obtenus au temps 1 (E206), qui sont supérieurs à ceux obtenus au temps 1 (E203-E204-E208-E212) ou qui sont inférieurs aux scores obtenus lors du pré-test (E211).

Nous pouvons donc penser que le travail mettant en jeu la pensée relationnelle semble avoir un effet sur les résultats des élèves en ce qui concerne les calculs lacunaires. Cependant, cet effet ne se maintient pas dans le temps. En effet, les élèves qui améliorent leur score au premier post-test ont tendance à diminuer leur performance lors du second post-test. Seuls deux élèves continuent de progresser et montrent une amélioration de leurs résultats lors du second post-test.

1.2.2. Deux nombres manquants

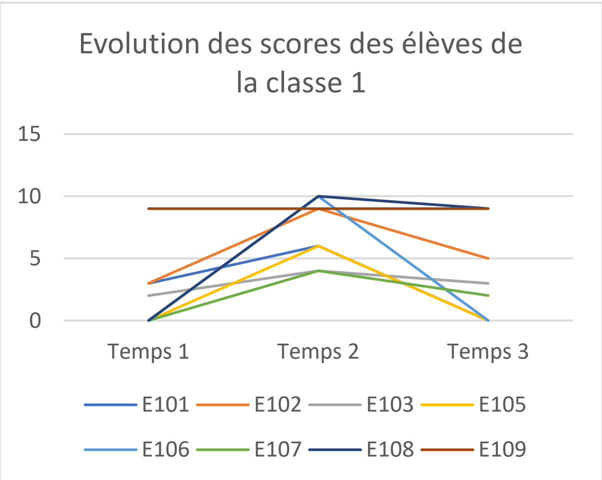
Dans cette partie du questionnaire, les élèves doivent compléter de trois manières différentes la même égalité, chaque égalité correctement complétée rapporte un point. Le maximum de points est de 12 points (3 points par opération).

	Pré-test	Post-test	Post-test différé
Classe 1 (n=8)	2,13 (3,09)	7,25 (2,55)	3,50 (3,82)
Classe 2 (n=11)	1,36 (2,46)	8,18 (4,31)	3,18 (2,96)

FIGURE 29 : MOYENNE SUR 12 (ET ECART-TYPE) AU TEST DE CALCUL LACUNAIRE (PARTIE 2)

Les moyennes augmentent entre le pré-test et le premier post-test de manière importante (*Figure 29*). Les résultats moyens diminuent pour le post-test différé mais restent plus élevés que lors du pré-test. Cependant, les écart-types sont élevés ce qui fait apparaitre une grande variabilité entre les performances des élèves. Il est donc intéressant de se pencher sur une analyse des scores individuels des élèves (*Figure 30*).

Dans la classe 1, sept élèves sur huit améliorent leurs résultats au temps 2 et un élève reste stable durant les trois temps (E109 – score=9). Parmi les sept élèves qui progressent, quatre élèves obtiennent des résultats inférieurs lors du temps 3 mais ces scores sont supérieurs à ceux obtenus lors du temps 1 (E102-E103-E107-E108), deux élèves obtiennent au temps 3 les mêmes résultats qu'au temps 1 (E105-E106) et un élève obtient des résultats inférieurs au temps 1 (E101).



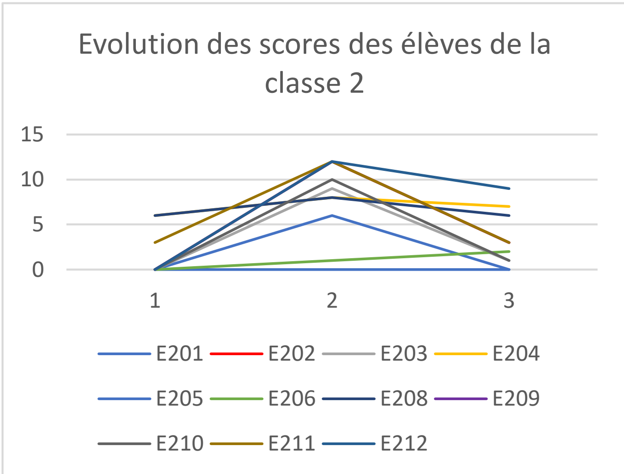


FIGURE 30 : EVOLUTION DES SCORES PAR ELEVE AUX 4 ITEMS DE CALCUL LACUNAIRE (2 NOMBRES MANQUANTS) POUR LA CLASSE 1 ET LA CLASSE 2

Dans la classe 2, un élève obtient un score de 0 aux trois temps du processus (E205) et dix élèves sur 11 progressent au temps 2. Si nous observons ce qui se passe au temps 3, nous constatons qu'un élève progresse encore (E206) alors que les autres diminuent leurs scores pour égaler les résultats obtenus au temps 1 (E201-E208-E211) ou pour obtenir des scores supérieurs à ceux obtenus lors du pré-test (E202-E203-E204-E209-E210-E212).

Au vu de meilleurs résultats obtenus au temps 2, nous pouvons penser que le travail de la pensée relationnelle semble avoir un effet sur les résultats obtenus aux tâches mathématiques, notamment les calculs lacunaires. Cependant, le travail devrait probablement être proposé très régulièrement en classe pour pouvoir amener les élèves à maintenir leurs résultats dans le temps. En effet, les scores observés individuellement montrent qu'ils ont tendance à diminuer après 7 semaines même si pour 10 élèves sur 19 les résultats au temps 3 sont supérieurs à ceux obtenus au temps 1. Cette observation nous laisse penser que le travail de la pensée relationnelle a un impact même après l'intervention en classe.

1.3. Les partages inégaux

La pensée relationnelle se manifeste par la compréhension de la notion d'équivalence mais aussi par la capacité à travailler avec des quantités indéterminées. Dans cette partie, nous nous intéressons aux résultats obtenus au questionnaire portant sur les problèmes de partages inégaux.

Six problèmes sont présentés aux élèves. Comme expliqué précédemment, le premier problème permet de voir l'engagement des élèves dans la tâche proposée, il n'est pas pris en compte dans les analyses qui suivent. Le score maximum est de 10 points (2 points maximum par problème). Comme pour les autres parties, seuls les élèves présents aux trois temps des questionnaires ont été pris en compte pour le calcul des moyennes.

Le *Figure 31* présente les moyennes obtenues par les deux classes aux trois questionnaires. Nous constatons une légère augmentation de la moyenne par classe pour le post-test proposé directement après l'intervention en classe. Une diminution est observée lors du post-test différé mais avec des résultats supérieurs à ceux obtenus lors du pré-test.

	Pré-test	Post-test	Post-test différé
Classe 1 (n=7)	0,14 (0,38)	2,14 (1,95)	1,00 (1,15)
Classe 2 (n=10)	0,20 (0,42)	1,70 (2,31)	0,80 (1,32)

FIGURE 31 : MOYENNE SUR 10 (ET ECART-TYPE) AU QUESTIONNAIRE DE RESOLUTION DE PROBLEMES DE PARTAGES INEGAUX.

Nous pouvons constater que les résultats moyens obtenus sont très faibles lors du pré-test et restent très faibles lors des deux post-tests proposés. Il est donc intéressant d'observer les résultats par problème afin d'observer quels sont les problèmes réussis par les élèves. Comme le montre la *Figure 32*, le nombre de réussites est très faible (maximum 3 réussites sur 19 élèves) pour les problèmes pris isolément, ce qui peut être mis en lien avec les moyennes très faibles obtenues. Mais la réussite des problèmes au temps 2 (directement après l'intervention en classe) montre que les problèmes 3 et 6 sont réussis par 3 élèves sur 19. Les résultats obtenus pour le problème 1 ne sont pas pris en compte dans les calculs des moyennes mais nous constatons que les élèves s'engagent dans la tâche demandée puisque la réussite de ce problème-là est nettement supérieure par rapport aux autres problèmes.

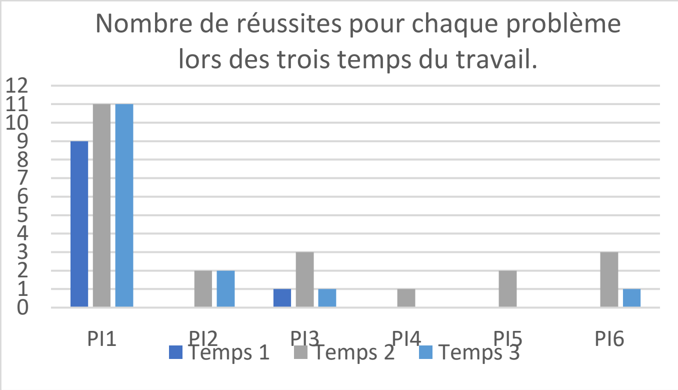


FIGURE 32 : NOMBRE DE REUSSITES PAR PROBLEME DE PARTAGES INEGAUX AUX TROIS TEMPS DU TRAVAIL DE RECHERCHE

Dans la *Figure 31*, les écart-types sont élevés, ce qui suggère une grande variabilité des résultats. Il est donc intéressant d'observer les évolutions individuelles des résultats obtenus.

Quand on prend en compte les problèmes réussis par les élèves (pour lesquels une note de 2 a été accordée), nous constatons que pour 10 élèves sur 17, ils n'en réussissent aucun aux trois temps du travail (*Figure 33)*

	Nombres de réussites				Nombres de réussites		
Code élève	**Pré-test**	**Post-test**	**Post-test différé**	**Code élève**	**Pré-test**	**Post-test**	**Post-test différé**
E102	0	0	0	**E201**	0	0	0
E107	0	0	0	**E203**	0	0	0
E108	0	1	1	**E204**	0	2	0
E109	0	1	1	**E205**	0	0	0
E110	0	2	0	**E208**	0	1	0
E111	0	0	0	**E209**	0	0	0
E113	0	0	0	**E210**	0	0	0
				E211	0	3	2
				E212	0	0	0
				E213	0	1	0

FIGURE 33 : NOMBRE DE REUSSITES AU QUESTIONNAIRE DE RESOLUTION DE PROBLEMES DE PARTAGES INEGAUX PAR ELEVE ET PAR CLASSE AUX TROIS TEMPS DU TRAVAIL DE RECHERCHE.

Le maximum de problèmes résolus correctement (score de 2 obtenu à la cotation) est de 3 pour E211 lors du premier post-test. Sur les 7 élèves qui réussissent au moins un problème lors du premier post-test, trois d'entre eux maintiennent leurs résultats lors du post-test différé (E108-E109-E211).

Les scores montrent bien un impact de l'intervention réalisée en classe car les résultats s'améliorent pour les 3 parties mathématiques du questionnaire (jugement d'égalité, calculs lacunaires et problèmes de partages inégaux) mais l'amélioration ne se marque pas toujours au niveau des résultats au niveau du post-test différé. Cependant, une absence d'augmentation des résultats ne signifie pas que rien ne change car les raisonnements des élèves peuvent évoluer sans pour autant avoir un effet sur les résultats en tant que tel. C'est pourquoi nous présentons l'évolution des raisonnements dans la partie suivante pour chaque partie du questionnaire.

2. Présentation des raisonnements observés

2.1. Jugement d'égalité

Dans la *Figure 35*, nous présentons le pourcentage d'apparition de chaque raisonnement aux différents temps pour chacune des deux classes. Pour réaliser ce calcul de pourcentage, les raisonnements ont été codés par élève et par item (*Annexe 19*)

	Classe 1 (n=8)			Classe 2 (n=11)		
	Pré-test	**Post-test**	**Post-test différé**	**Pré-test**	**Post-test**	**Post-test différé**
Calcul réponse	31[5]	23	44	36	26	20
PR après calcul de réponse	0	2	0	0	0	3
PR (propriétés)	2	10	6	11	12	9
PR (relations)	0	6	0	0	8	2
Absence de réponse	40	27	40	36	33	53
Réponse incorrecte	13	27	10	17	21	14
Signe "=" pas pris en compte	15	4	0	0	0	0

FIGURE 34 : POURCENTAGE D'APPARITION DES DIFFERENTS RAISONNEMENTS DANS LES 6 ITEMS DE JUGEMENT D'EGALITE

Nous constatons que le raisonnement arithmétique qui consiste à calculer la réponse diminue légèrement après l'intervention en classe (de 31% à 23% dans la classe 1 et de 36% à 26% dans la classe 2) mais augmente pour le post-test différé dans la classe 1. Notons également que le signe « = » semble être mieux appréhendé par les élèves et cette compréhension se maintient dans le temps. En effet, on relève 15% de raisonnements impliquant une mauvaise compréhension du signe « = » lors du pré-test. Ces erreurs se manifestent par des réponses comme dans les exemples suivants :

[5] Les pourcentages ont été calculés en raison de la présence de 6 items différents dans cette partie du questionnaire et ce malgré le faible effectif de l'échantillon.

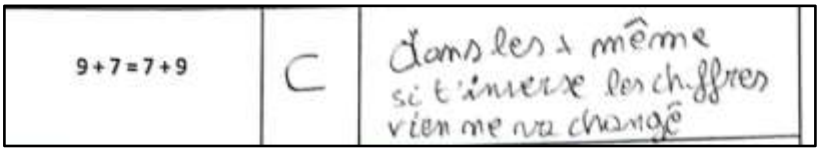
Egalité	Réponse de l'élève
6+9=5+11	incorrect car 6+9 cela ne fait pas 5. ➢ Il ne tient pas compte du 11 et utilise le symbole « = » comme une annonce de résultat (E107 – Pré-test)
(5x4)x7 = (7x4)x5	5x4x7 = 140 x7= 880 x4 x5 = 17600 ➢ Au-delà des erreurs de calcul, ce raisonnement implique une incompréhension de la signification du symbole « = » car il calcule avec tous les nombres présents. (E103 – Pré-test)

FIGURE 35 : EXEMPLES DE REPONSES POUR LESQUELLES LE SIGNE « = » N'EST PAS PRIS EN COMPTE

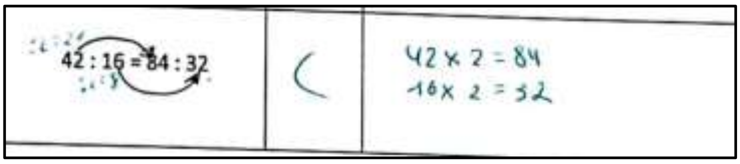
Ces erreurs diminuent après l'intervention et disparaissent complètement lors du post-test différé dans la classe 1. Ce type d'erreur était déjà absente lors du pré-test dans la classe 2.

Les absences de réponse sont fort nombreuses (40% et 36%) au pré-test. Les élèves n'ont jamais été confronté à une tâche comme celle qui leur est demandée. Ils ne savent pas comment ils doivent faire, ils ont tendance alors à baisser les bras plutôt que d'essayer. Des encouragements sont donnés mais certains élèves laissent leurs feuilles blanches. Nous constatons qu'après l'intervention les absences de réponse diminuent (27% dans la classe 1 et 33% dans la classe 2) mais elles augmentent à nouveau lors du post-test différé.

En ce qui concerne la pensée relationnelle (PR propriétés ou relations), nous constatons que lors du pré-test, elle est presque inexistante dans la classe 1 (2%) et ne s'observe que par l'usage des propriétés des opérations dans la classe 2 (11%). Après l'intervention, l'utilisation de la pensée relationnelle pour justifier son raisonnement est plus présente dans les deux classes (18% dans la classe 1 – 20% dans la classe 2). Différents moyens d'utiliser cette pensée relationnelle sont présents dans les raisonnements des élèves : utiliser les propriétés des opérations ou utiliser les relations entre les nombres, comme le montrent les exemples suivants.



E212 – Item 1 du jugement d'égalité – Pré-test → *Fait intervenir la commutativité dans l'addition*



E204 – Item 6 du jugement d'égalité – Post-test → *Fait intervenir les relations entre les nombres*

Notons également une augmentation des réponses erronées : les élèves tentent de répondre (diminution des « absences de réponses ») mais les justifications ne reposent ni sur les propriétés, ni sur les relations mais plutôt sur des indices visuels ou des erreurs de calcul les amènent à proposer un jugement de l'égalité incorrect.

Egalité	Réponse de l'élève
6+9=5+11	« il n'y a pas les mêmes nombres » (E102 – Pré-test)
12 – (9 – 2) = (12 – 9) +2	12 – (9 – 2) = 7 et (12 – 9) +2 = 5 (E204 – Pré-test)

FIGURE 36 : EXEMPLE DE REPONSES DONNEES POUR LESQUELLES LA REPONSE EST INCORRECTE.

De manière globale, au niveau de la partie du questionnaire portant sur le jugement des égalités, nous pouvons donc constater une évolution de la compréhension du signe « = ». Les élèves ne commettent plus d'erreur liée à la mauvaise compréhension de ce symbole et ce, même lors du post-test différé. Dans la classe 1, on passe de 15% au pré-test à 0% aux deux post-tests. Les justifications évoluent également après l'intervention en classe qui consistait à proposer différentes transformations des opérations sans en calculer les résultats. Les raisonnements de type relationnel augmentent après l'intervention en classe et diminuent lors du post-test différé (PR propriétés ou relations). Cela montre une certaine appropriation de la façon de réfléchir qui est amenée par les différentes activités mais cette appropriation n'est pas encore assez importante pour se maintenir dans le temps.

2.2. Calculs lacunaires

2.2.1. Un nombre manquant

En ce qui concerne les calculs lacunaires, les raisonnements utilisés par les élèves ont été codés également en vue de différencier les raisonnements arithmétiques des raisonnements relationnels (*Annexe 20*)

	Classe 1 (n=8)			Classe 2 (n=11)		
	Pré-test	Post-test	Post-test différé	Pré-test	Post-test	Post-test différé
Calcul de la réponse	17	2	8	16	17	18
Raisonnement relationnel	**0**	**42**	**6**	**2**	**25**	**3**
Absence de justification (RC)	3	0	9	0	1	10
Réponse erronée	23	6	23	11	26	11
Absence de réponse	45	5	39	64	22	44
ne tient pas compte du signe "="	11	6	9	5	2	10
Raisonnement relationnel mais avec réponse incorrecte (erreur de calcul)	**0**	**39**	**5**	**2**	**7**	**2**

FIGURE 37 : POURCENTAGE DES RAISONNEMENTS OBSERVES POUR LES 8 ITEMS DE CALCULS LACUNAIRES - 1 NOMBRE MANQUANT

Nous constatons que les élèves ont tendance à ne pas répondre lors du pré-test (45% dans la classe 1 et 64% dans la classe 2) car ils ne savent pas comment faire. Ils ont tendance à baisser les bras et à ne pas essayer. Calculer la réponse est le raisonnement efficace le plus présent au pré-test dans les deux classes (17% dans la classe 1 et 16% dans la classe 2).

En ce qui concerne le recours à la pensée relationnelle, elle n'est pas présente dans la classe 1 lors du pré-test et apparait pour 4% dans la classe 2 (avec ou sans réponse correcte).

En observant les raisonnements présents lors du post-test présenté directement après l'intervention, nous constatons une nette diminution des absences de réponse : dans la classe 1, le pourcentage passe de 45% à 5% et dans la classe 2, il passe de 64% à 22%. Cela nous indique que les élèves sont probablement moins démunis face à la tâche demandée et essayent de réaliser les exercices.

Le raisonnement relationnel, qu'il aboutisse à une réponse correcte ou non (en bleu dans le tableau), représente 81% dans la classe 1 et 32% dans la classe 2. Cette différence peut s'expliquer par rapport à l'intervention qui s'est déroulée en classe. En effet, dans la classe 1, les mises en commun ont permis de soulever les propriétés des opérations et les relations entre les nombres. Les propositions des élèves dans la classe 1 étaient plus variées que dans la classe 2.

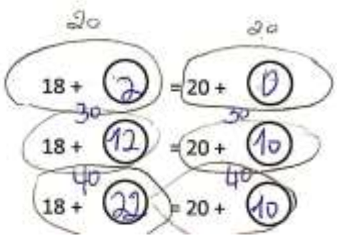
« Les élèves de la classe 1 proposent systématiquement des décompositions mais aussi des transformations par compensation alors que dans la classe 2, les élèves proposent spontanément des décompositions et il faut les inciter à trouver des transformations par compensation lors des mises en commun » (Carnet de bord, *Annexe 6*)

La tendance à calculer la réponse diminue dans la classe 1 et reste stable dans la classe 2. Cette observation peut trouver son explication dans le fait que des élèves présentant plus de difficultés en calcul mental peuvent être tentés d'utiliser des moyens demandant moins de ressources cognitives (transformations d'opérations) plutôt que de se mettre en situation de difficulté en essayant de réaliser des calculs qui peuvent être difficiles pour eux.

En ce qui concerne le post-test différé, nous constatons que la pensée relationnelle est nettement moins utilisée que directement après l'intervention : 11% pour la classe 1 et 5% pour la classe 2. Il s'avère donc que la pensée relationnelle demande de l'entrainement et des rappels fréquents, surtout chez les élèves qui n'ont pas été confrontés à cette manière de faire dans leur parcours scolaire antérieur. Le pourcentage d'absence de réponse augmente également lors du post-test différé.

2.2.2. Deux nombres manquants

Pour compléter les égalités de cette partie du questionnaire, l'élève doit proposer deux nombres à partir des deux nombres déjà donnés. Il doit proposer trois égalités différentes par opération et donner le lien entre les nombres proposés. Nous pouvons supposer qu'un élève qui complète les égalités correctement mais qui n'arrive pas à mettre en avant le lien existant entre les deux nombres proposés n'emploie pas forcément la pensée relationnelle pour raisonner. Nous décelons sur certaines feuilles des recours à la réponse de l'opération de gauche pour compléter l'opération de droite.



E110 – Post-test – Calcul lacunaire (2 nombres manquants)

Dans la *Figure 38*, nous reprenons les différents raisonnements présentés précédemment dans ce travail et nous relevons le pourcentage d'apparition de ces raisonnements lors des trois passations de test.

	Classe 1 (n=8)			Classe 2 (n=11)		
	Pré-test	Post-test	Post-test différé	Pré-test	Post-test	Post-test différé
Réponse correcte + justification	**3**	**50**	**0**	**2**	**48**	**5**
Réponse correcte sans justification	13	6	31	7	9	16
Réponse incomplète avec justification correcte	**0**	**3**	**0**	**0**	**0**	**2**
Réponse incorrecte mais justification correcte (erreur de calcul)	**0**	**9**	**0**	**2**	**7**	**0**
Réponse incorrecte sans justification	28	25	31	18	25	41
Absence de réponse	56	6	38	70	11	36

FIGURE 38 : POURCENTAGE D'APPARITION DES RAISONNEMENTS AUX 4 ITEMS DE CALCULS LACUNAIRES AVEC DEUX NOMBRES MANQUANTS

Si nous considérons les catégories qui font intervenir la pensée relationnelle (en bleu dans la *figure 38*) nous constatons que ces raisonnements sont très peu observés lors du pré-test : 3% pour la classe 1 et 4% pour la classe 2. Lors du premier post-test, ces raisonnements représentent 62% des raisonnements pour la classe 1 et 55% de ceux de la classe 2. Lors du second post-test, nous constatons que ces raisonnements ne sont plus observés dans la classe 1 et représentent 7% dans la classe 2.

En ce qui concerne les raisonnements qui aboutissent à des réponses correctes (avec ou sans justification), il est en augmentation entre le pré-test et le post-test immédiat : de 16% à 56% pour la classe 1 et de 9% à 57% pour la classe 2. Ce taux de réponse correcte diminue lors du post-test différé : 31% dans la classe 1 et 21% dans la classe 2. Il reste néanmoins plus élevé que lors du pré-test. Ces résultats laissent penser que les élèves réussissent à compléter les égalités, ce qui indique une meilleure compréhension du sens de l'égalité. Le raisonnement employé pour compléter les égalités n'est pas toujours indiqué mais l'efficacité augmente par rapport au pré-test.

Nous pouvons également noter que les absences de réponse sont en nette diminution : 56% à 6% dans la classe 1 et de 70% à 11% dans la classe 2. Elles augmentent lors du post-test différé (38% dans la classe 1 et 36% dans la classe 2).

2.3. Problèmes de partages inégaux

Les raisonnements mis en évidence dans cette partie sont inspirés de Oliveira et Rhéaume (2014), nous avons repris les différentes catégories mises en avant dans leur étude et expliqués précédemment dans ce travail. Nous avons calculé le pourcentage des différents raisonnements aux trois moments de passation du questionnaire. Les effectifs correspondent au nombre d'élèves présents aux trois questionnaires.

	Classe 1 (n=7)			Classe 2 (n=10)		
	Pré-test	Post-test	Post-test différé	Pré-test	Post-test	Post-test différé
Fait une division uniquement	9	6	6	8	4	12
Fait une division puis applique les relations	3	17	29	4	14	8
Essai numérique (sans relation)	9	3	9	0	4	4
Essai numérique (avec relation)	0	3	0	0	8	0
Total comme source : représentation+opération/	**0**	**26**	**11**	**2**	**34**	**4**
Total comme source : Opérations sans représentation	11	0	0	2	2	6
Algébrique (utilisation de lettres)	**0**	**9**	**0**	**0**	**0**	**0**
Calcul qcq avec les nombres impliqués (autre qu'une division)	9	9	9	16	2	12
Non identifiée/absence de réponse	60	31	37	68	32	54

FIGURE 39 : POURCENTAGE D'APPARITION DES DIFFERENTS RAISONNEMENTS AUX 5 PROBLEMES DE PARTAGES INEGAUX

Comme pour les autres parties du questionnaire, le pourcentage d'absence de réponses est élevé surtout lors du pré-test (60% dans la classe 1 et 68% dans la classe 2). L'enseignante-chercheuse note dans son carnet de bord :

« Les élèves sont perturbés par les énoncés des problèmes. Ils trouvent cela trop compliqué et le font savoir par des soupirs, ils lisent les problèmes et passent très vite au suivant. Ils demandent si ils peuvent faire comme d'habitude mais en observant les feuilles, les

techniques employées habituellement n'apparaissent pas (surligner, représenter, calculer…) ». (Carnet de bord, Annexe *6*)

Les élèves veulent que l'enseignante les aide mais cela n'est pas possible. L'enseignante doit les rassurer sur le fait que ne pas savoir faire n'est pas grave au moment du pré-test.

Lors du premier post-test, nous remarquons une évolution des raisonnements. Les deux raisonnements qui laissent penser à un travail efficace sur les quantités indéterminées (en bleu dans le tableau) avec le recours à une pensée relationnelle passent de 0% à 35% pour la classe 1 et de 2% à 34% dans la classe 2. L'absence de réponse diminue lors de ce post-test. Et on remarque une augmentation du raisonnement « division puis application des relations » de 3% à 17% pour la classe 1 et de 4% à 14% pour la classe 2. Après l'intervention, nous remarquons l'apparition de raisonnement mettant en jeu des essais-erreurs qui tiennent compte des relations entre les nombres. Ces raisonnements n'apparaissent qu'au post-test présenté directement après l'intervention. Les calculs qui font intervenir les nombres indiqués dans le problème (sans faire de division) sont constants dans la classe 1 (9% aux trois moments) mais diminuent dans la classe 2 pour remonter lors du second post-test. L'utilisation de lettres apparait uniquement lors du premier post-test dans la classe 1. Cela est à mettre en lien avec le contenu des mises en commun lors des interventions comme indiqué dans le carnet de bord de l'enseignante.

« Remplacer le nombre qu'on ne connait pas par des points d'interrogations, par le dessin d'une boite ou par une lettre se fait spontanément durant la mise en commun. Nous arrivons à modéliser la situation par a+a+3 = 21 Les élèves se surprennent à calculer avec des lettres (étonnement de leur part mêlé à de la fierté).» (Carnet de bord, Annexe *7)*

L'intervention réalisée en classe permet de diminuer les absences de réponse et d'augmenter les raisonnements impliquant les quantités indéterminées comme objet de travail au sein d'une représentation symbolique des quantités inconnues.

Cependant, les effets observés sur les raisonnements lors du premier post-test ne se maintiennent pas lors du post-test différé.

3. Anxiété vis-à-vis des mathématiques

Les questionnaires d'anxiété ont été présentés aux élèves à 4 moments différents : lors d'un pré-test, après chaque intervention réalisée en classe et enfin, lors d'un post-test 7 semaines après les interventions en classe. Le pourcentage d'élèves répondant « d'accord » ou « tout à fait d'accord » a été calculé pour chaque question du questionnaire évaluant l'anxiété vis-à-vis des mathématiques. Comme indiqué précédemment, les élèves ayant été absent à un questionnaire ont été retirés de l'échantillon pour les calculs de pourcentage.

Question 1 : Je m'inquiète souvent en pensant que j'aurai des difficultés au cours de mathématiques.				
	Pré-test	**Intervention 1**	**Intervention 2**	**Post-test différé**
Classe 1 (n=7)	57,1%	**85,7%**	57,1%	57,1%
Classe 2 (n=10)	60%	40%	60%	**30%**
Question 2 : Je suis très tendu(e) quand j'ai un devoir de mathématiques à faire.				
	Pré-test	**Intervention 1**	**Intervention 2**	**Post-test**
Classe 1 (n=7)	42,9%	57,1%	42,9%	42,9%
Classe 2 (n=10)	10%	10%	20%	20%
Question 3 : Je deviens très nerveux (nerveuse) quand je travaille avec des problèmes de mathématiques.				
	Pré-test	**Intervention 1**	**Intervention 2**	**Post-test**
Classe 1 (n=7)	42,9%	**71,4%**	57,1%	42,9%
Classe 2 (n=10)	30%	30%	30%	10%
Question 4 : Je me sens perdu(e) quand j'essaie de résoudre un problème de mathématiques.				
	Pré-test	**Intervention 1**	**Intervention 2**	**Post-test**
Classe 1 (n=7)	57,1%	**85,7%**	57,1%	57,1%
Classe 2 (n=10)	40%	30%	30%	50%
Question 5 : Je m'inquiète à l'idée d'avoir de mauvaises notes en mathématiques.				
	Pré-test	**Intervention 1**	**Intervention 2**	**Post-test**
Classe 1 (n=7)	71,4%	85,7%	85,7%	71,4%
Classe 2 (n=10)	80%	70%	60%	**30%**

FIGURE 40 : POURCENTAGE DE REPONSES « D'ACCORD » OU « TOUT A FAIT D'ACCORD » AU QUESTIONNAIRE VISANT A EVALUER L'ANXIETE MATHEMATIQUE.

Pour les pourcentages obtenus au pré-test, nous constatons que la deuxième question obtient le pourcentage le moins élevé comme dans les pourcentages obtenus par la Belgique (29,6%, PISA, 2012) ainsi que la question obtenant le pourcentage le plus élevé est la dernière question comme dans les résultats relevés pour PISA, 2012 (64,4% - Belgique).

Si nous observons l'évolution des pourcentages aux différents moments du travail de recherche, nous pouvons observer une tendance à la stabilité, surtout pour la classe 1 et ce pour toutes les questions.

En ce qui concerne la classe 2, il est à noter que la question 5 : « Je m'inquiète à l'idée d'avoir de mauvaises notes en mathématiques » obtient une diminution importante au cours du processus : il passe de 80% à 30%. Ces résultats sont évidemment à prendre avec précaution car l'effectif d'élèves présents aux 4 moments de présentation du questionnaire est peu élevé. En outre, pour la classe 1, les résultats du deuxième questionnaire montre une anxiété importante pour toutes les questions, ce qui peut peut-être mis en lien avec le climat de classe régnant à ce moment-là dans la classe car les élèves venaient d'apprendre la mise en place d'une punition collective et la discussion avec la direction les avait fortement perturbés (Carnet de bord, *Annexe 6*). Les résultats du questionnaire ne mettent pas en évidence d'évolution de l'anxiété générale chez les élèves de manière globale.

Les filles et les garçons ne sont pas égaux face à l'anxiété ressentie vis-à-vis des mathématiques : les filles sont plus anxieuses que les garçons (OCDE, 2014). Ce phénomène est présent au sein de notre échantillon également lors du pré-test. Quand nous observons l'évolution des résultats au cours du temps, nous remarquons que l'évolution des résultats n'est pas identique pour les différentes questions en fonction du sexe.

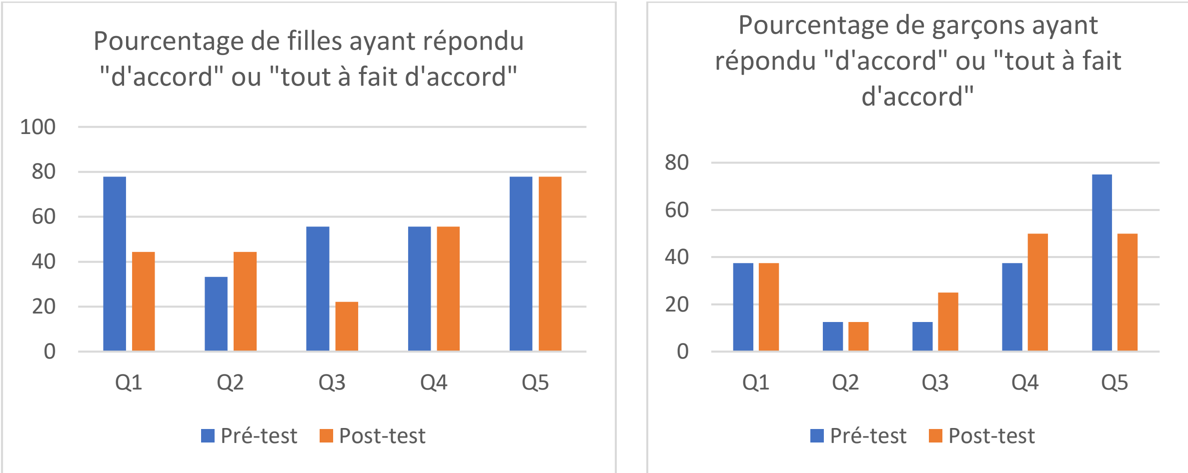


FIGURE 41 : POURCENTAGE DE REPONSE « D'ACCORD » OU « TOUT A FAIT D'ACCORD » POUR CHAQUE QUESTION SELON LE SEXE LORS DU PRE-TEST ET DU POST-TEST DIFFERE.

L'anxiété des filles a tendance à diminuer pour les questions 1 et 3, relatives au cours de mathématiques et la résolution de problèmes alors que les garçons ont tendance à diminuer leur niveau d'anxiété pour la question 5, c'est-à-dire celle qui concerne les résultats en mathématiques. Une diminution se marque chez les filles (pour qui le niveau de départ est plus élevé) en ce qui concerne la résolution de problèmes (sujet d'une de nos interventions) mais ces résultats sont à prendre avec précaution en raison du faible effectif de notre échantillon.

En parallèle, lors de nos interventions, nous prenons le temps avant chaque activité de prendre la température de l'anxiété ressentie par les élèves. Ils devaient placer un curseur sur une échelle de 1 à 10 comme le propose Johnson et al. (2021). L'analyse de ces données ne fait pas partie de ce travail mais nous remarquons que le niveau indiqué par le curseur est très variable d'un élève à l'autre (min = 0 et max = 10) et pour un même élève les variations sont faibles (variation de 4 points maximum pour 2 élèves).

INTERPRÉTATION ET DISCUSSION

Dans cette partie, nous revenons sur nos hypothèses de travail pour tenter d'éclairer nos résultats à la lumière d'éléments théoriques. Ce travail exploratoire a pour objectif de pouvoir comprendre les éléments observés dans la cadre du travail de la pensée relationnelle envisagé avec des élèves fréquentant l'enseignement différencié. Nos résultats permettent d'apporter des éléments de réponse aux différentes hypothèses formulées dans le cadre de ce travail.

Hypothèse 1 :

Suite au travail mis en place envisageant la pensée relationnelle, les résultats obtenus aux tâches mathématiques (jugement d'égalité, calculs lacunaires, partages inégaux) vont évoluer positivement entre le pré-test et le post-test. Ces résultats se maintiennent lors du post-test différé. (H1)

Grâce aux post-tests réalisés directement après chaque intervention, nous pouvons constater une augmentation des scores moyens obtenus dans les deux classes. Le travail réalisé en classe semble avoir un effet sur l'efficacité des élèves aux tâches mathématiques demandées (jugement d'égalité et calculs lacunaires pour la première et problèmes de partages inégaux pour la seconde). Cet effet est différent pour chaque élève de l'échantillon au vu des résultats obtenus par chacun d'eux. Molina et Castro (2021), en étudiant l'évolution de l'utilisation de la pensée relationnelle pour traiter les égalités auprès d'élèves de 3ème primaire, mettent en avant également une hétérogénéité des profils à la suite de leurs interventions. Une des explications de ce phénomène pourrait être, selon ces auteurs, les connaissances individuelles concernant les propriétés des opérations. Il est vrai que les élèves impliqués dans notre travail de recherche ne sont pas tous égaux en raison de leurs parcours scolaires antérieurs (5ème primaire, 6ème primaire, enseignement spécialisé) ce qui pourrait expliquer les différences observées.

Lors du post-test différé, nous constatons que les moyennes par classe diminuent par rapport à celles observées lors du premier post-test mais restent néanmoins toujours supérieures aux moyennes obtenues lors du pré-test (seule exception les calculs lacunaires avec un nombre manquant pour la classe 1). Ces résultats semble aller dans le sens d'un maintien des apprentissages dans le temps. Cependant, les séances (6 pour la séquence 1 et 7 pour la séquence 2) se sont déroulées sur 2 mois de temps, ce qui représente un temps assez restreint au regard de l'année scolaire et aucun rappel n'a été réalisé entre la fin des séquences et le post-test différé. Cela peut également expliquer la raison de cette diminution lors du post-test différé.

En ce qui concerne les problèmes de partages inégaux, les différents problèmes présentent des pourcentages de réussite très différents, ce qui est en adéquation avec les données issues d'autres études (Oliveira et al., 2020). Les problèmes sont de complexité différente en fonction de leur structure (Marchand & Bednarz, 1999). En outre, les difficultés rencontrées face aux problèmes à résoudre peuvent concerner différentes étapes : identifier et comprendre les relations, construire l'égalité, opérer sur les relations par exemple (Oliveira et al., 2020). Les élèves impliqués dans le travail se sentent dès le départ en difficulté face aux problèmes mais il ne s'agit pas uniquement de difficultés liées à la pensée relationnelle, ce qui peut expliquer les faibles résultats obtenus. D'autres éléments seraient à prendre en compte comme la compréhension du texte lu par exemple (Oliveira et al., 2020).

Les interventions réalisées en classe semble donc avoir un effet au niveau des résultats obtenus aux différentes parties du questionnaire proposé. Baser nos observations uniquement sur les scores obtenus aux différentes parties du questionnaire ne permet pas de savoir dans quelle mesure la pensée relationnelle est plus souvent ou plus efficacement utilisée. C'est pourquoi notre deuxième hypothèse concerne les raisonnements développés par les élèves aux différents questionnaires.

Hypothèse 2 :

Suite au travail mis en place envisageant la pensée relationnelle, les raisonnements des élèves évoluent de raisonnements arithmétiques vers des raisonnements à tendance analytique voire analytique entre le pré-test et le post-test. Ces types de raisonnements se maintiennent lors du post-test différé. (H2)

Pour envisager cette hypothèse, nous avons codé les raisonnements proposés aux différentes parties du questionnaire. Ce codage permet de mettre en évidence des observations concernant les raisonnements utilisés par les élèves et l'évolution de ceux-ci.

Tout d'abord, la ***compréhension du signe d'égalité*** évolue lors du premier post-test. Les erreurs engendrées par une non prise en compte du signe d'égalité diminuent lors du post-test et disparaissent même dans la partie du questionnaire faisant intervenir des jugements d'égalité.

La compréhension du signe d'égalité est un élément important dans l'articulation arithmétique- algèbre (Demonty & Vlassis, 2018). De plus, la mauvaise compréhension de ce signe égal est un obstacle majeur dans le développement de la pensée relationnelle chez les élèves (Napaphun, 2012). Les élèves voient le signe égal comme une annonce de résultat plutôt que comme un signe traduisant une équivalence entre deux opérations. Cette vision du signe égal est influencée par les situations rencontrées durant les apprentissages en primaire (McNeil & Alibali, 2005) et est résistante au changement. Nous constatons d'ailleurs dans nos résultats que la compréhension du signe égal s'améliore avec le travail de la pensée relationnelle. Les élèves sont confrontés à des contextes différents (égalité de deux opérations) de ceux habituellement rencontrés (annonce d'un résultat). Les interventions en classe ont envisagé les égalités comme un tout et non comme une suite d'opérations à réaliser (Carpenter et al., 2005). La recherche du résultat n'était d'ailleurs pas prioritaire dans nos interventions en classe.

Ensuite, ***l'utilisation de la pensée relationnelle*** est plus fréquente lors du post-test. Les élèves utilisent soit les propriétés soit les relations entre les nombres pour compléter les calculs lacunaires avec un ou deux nombres manquants. L'apparition de la pensée relationnelle dans les raisonnements peut être expliquée par le fait que les élèves ne s'autorisent à utiliser des techniques que si elles sont envisagées en classe (Usodo et al., 2020). Ils auront alors tendance à privilégier le raisonnement arithmétique plus souvent rencontré en classe (Mc Neil et al., 2019), ce qui est illustré par nos résultats lors du post-test. Les élèves s'autorisent à utiliser une autre façon de faire après l'intervention en classe visant à utiliser la pensée relationnelle.
Développer la pensée relationnelle demande donc de tenir compte de plusieurs éléments comme le développement d'une compréhension correcte du signe égal, l'entrainement à voir une opération comme un tout, l'entrainement à l'utilisation des principes de compensation et la généralisation (Napaphun, 2012). Tous ces éléments ont été pris en compte dans nos interventions en classe et ont guidé notre travail lors de la première séquence de cours.

L'articulation arithmétique-algèbre passe également par le travail concernant ***les quantités indéterminées*** (Demonty & Vlassis, 2018). Nous avons proposé dans ce but un travail sur les problèmes de partages inégaux. La confrontation des élèves à des problèmes déconnectés avant leur introduction à l'algèbre favorise l'émergence de raisonnements sophistiqués (Squalli et al., 2020). Nous avons codé les raisonnements proposés par les élèves afin d'observer une évolution des procédures employées à la suite de l'intervention réalisée en classe. Selon Squalli et al. (2020), les raisonnements peuvent être classés en trois catégories : les raisonnements de nature non analytique, les raisonnements analytiques et les raisonnements à tendance analytique. Nos résultats montrent une augmentation des raisonnements analytiques après l'intervention réalisée en classe. En effet, les élèves développent des raisonnements impliquant la manipulation des données inconnues en faisant « comme si » ils les connaissaient (Oliveira & Rhéaume, 2014). Et selon le cadre d'analyse apporté par Squalli et al. (2020) concernant les problèmes de partages inégaux, des raisonnements analytiques sont observés, notamment des raisonnements impliquant des registres algébriques sans perte de lien avec le contexte. Le passage d'un raisonnement arithmétique à un raisonnement de type algébrique ne passe donc pas forcément par l'introduction de signes alphanumériques mais par l'utilisation d'un degré d'analycité plus important dans le raisonnement (Squalli et al., 2020).

Hypothèse 3 :

Suite aux interventions réalisées en classe, l'anxiété ressentie vis-à-vis des mathématiques diminue entre le pré-test et le post-test. Le niveau d'anxiété obtenu lors du post-test se maintient lors du post-test différé. (H3)

Comme le soulignent certains auteurs (Kose & Kiziltoprak, 2020), le travail de la pensée relationnelle permet de considérer les égalités comme un tout et non pas comme une succession d'opérations à réaliser. Cette pensée relationnelle permet donc d'aborder les opérations de manière plus flexible de la part de l'élève (Kose & Kiziltoprak, 2020). La compréhension de l'égalité entre deux opérations et les liens qui existent entre ces opérations permet aux élèves de transformer les opérations en utilisant les propriétés des opérations mais aussi les liens entre les nombres. Cette transformation utilise, comme nous l'avons développé précédemment dans ce travail, la décomposition et la compensation. Il est alors plus facile pour l'élève de transformer les opérations afin de les effectuer. Cela ne nécessite pas l'apprentissage d'une série de techniques de calcul mental.

Nous posions l'hypothèse que cette façon de travailler permettrait de diminuer l'anxiété ressentie vis-à vis des mathématiques car les élèves se sentiraient mieux outillés face à des situations de jugement d'égalité, de transformations d'opérations et de résolutions de problèmes de type partages inégaux. Les résultats obtenus aux questionnaires ne montrent pas une diminution de l'anxiété vis-à-vis des mathématiques. Les résultats restent stables d'un moment à l'autre. Cependant, l'anxiété semble diminuer chez les filles pour deux questions proposées : l'une portant notamment sur la résolution de problèmes. Les garçons, quant à eux, montrent une diminution d'anxiété ressentie par rapport aux résultats scolaires liés aux mathématiques.

Nous ne pouvons pas formuler de lien existant entre notre intervention et le niveau d'anxiété mathématique ressentie par les élèves participant à ce travail.

Cependant, en parallèle du travail de la pensée relationnelle, certaines actions ont été menées en classe pour tenter de diminuer ce niveau d'anxiété mathématique : placer un curseur sur une échelle de perception de sentiments, proposer un plan en début de séquence, intervenir quand le niveau d'anxiété est plus important en début de séance de cours… Ces techniques ont eu l'avantage d'obtenir un engagement plus important de la part des élèves dans les tâches demandées, ce qui ressort des observations réalisées par l'enseignante dans son carnet de bord (*Annexe 7*)

LIMITES ET PERSPECTIVES

Le travail de la pensée relationnelle est un élément crucial car il joue un rôle important dans l'articulation de l'arithmétique avec l'algèbre (Kiziltoprak & Kose, 2017). Le fait de pouvoir raisonner de manière relationnelle permet faire le lien entre les concepts arithmétiques et les capacités à développer pour travailler l'algèbre (Carpenter et al., 2005) mais également d'avoir une meilleure compréhension des liens entre les nombres et des propriétés des opérations (Demonty & Vlassis, 2018). Cela permet d'éviter d'avoir recours à une liste de procédures à sélectionner en fonction des conditions de la situation à résoudre, ce qui diminue l'intervention de la mémoire de travail (Aschraft & Kirk, 2001). Cet aspect est essentiel au regard du public auquel s'adresse ce travail de recherche. En effet, les élèves en difficulté scolaire sont plus enclins à présenter des difficultés en mémoire de travail (Bone et al., 2021).

En parallèle du travail de la pensée relationnelle, nous avons envisagé l'anxiété ressentie vis-à-vis des mathématiques. Il s'agit d'un état d'inconfort ressenti face à une tâche mathématique (Ma & Xu, 2004 cités par Johnson et al., 2021 ; Ashcraft, 2002). Les élèves ayant des difficultés en mathématiques expérimentent l'anxiété mathématique près de deux fois plus souvent que leurs pairs sans difficulté mathématiques (Devine et al., 2018).

Pour ce travail, des questionnaires inspirés d'études antérieures dans le domaine de la pensée relationnelle (Stephens & Ribeiro, 2012 ; Kiziltoprak & Kose, 2017) et problèmes de partages inégaux (Oliveira & Rhéaume, 2014) pour les mathématiques ont été administrés à deux classes de première secondaire différenciée. Nous avons également repris les questions relatives à l'anxiété ressentie vis-à-vis des mathématiques de PISA (2012) afin de faire un lien avec nos interventions en classe. Ces questionnaires ont été proposés à différents moments : pré-test, post-test direct et post-test différé (7 semaines).

Deux séquences de cours ont été proposées : l'une porte sur la compensation et la notion d'équivalence alors que l'autre envisage les problèmes de partages inégaux. Ces notions se révèlent être primordiales dans l'articulation arithmétique-algèbre (Demonty & Vlassis, 2018).

Nos résultats montrent une évolution des performances suites aux interventions en classe, une modification des raisonnements proposés par les élèves et très peu de modification du niveau d'anxiété mathématiques. Les résultats ne se maintiennent pas tous lors du post-test différé.

Toutefois, ces résultats sont à prendre avec la plus grande prudence pour plusieurs raisons. Nous n'avons pas pris en compte les réponses des élèves absents lors de la passation d'un questionnaire ce qui a réduit notre effectif de manière importante (19 élèves sur 26 pour le jugement d'égalité et les calculs lacunaires et 17 élèves sur 26 pour les problèmes de partages inégaux).

En outre, le public impliqué dans ce travail est un public très hétérogène au niveau du parcours scolaire antérieur, des troubles des apprentissages, … Cette hétérogénéité peut jouer un rôle dans les différences d'évolution observées chez les élèves.

Les notions envisagées dans nos séquences étaient des notions nouvelles abordées de manière originale. Il se peut alors que l'évolution observée au premier post-test soit dû au fait d'avoir rencontré des situations similaires en classe et non pas une appropriation d'un raisonnement particulier. Les deux séquences ont été proposées lors d'une période très courte (2 semaines pour chacune) ce qui peut également influencer les résultats du post-test.

Certaines informations n'ont pas été prises en compte alors qu'elles auraient pu éclairer l'analyse des évolutions individuelles. En effet, le niveau de connaissance et de conscience des propriétés des opérations n'a pas été questionné au préalable. Cette information aurait pu être mise en lien avec l'hétérogénéité des évolutions individuelles présentées dans ce travail.

Malgré les limites de ce travail, les résultats obtenus peuvent être le point de départ de plusieurs réflexions à mener auprès des élèves présentant des difficultés scolaires.

En effet, envisager la pensée relationnelle avec ces élèves les amène à réfléchir autrement que de manière arithmétique, leur raisonnement devient plus analytique et ils appréhendent autrement des situations comme des problèmes de partages inégaux. Cette façon de travailler les mathématiques pourraient permettre à ces élèves de rentrer dans l'algèbre de manière plus fonctionnelle. Il serait alors intéressant de poursuivre le travail après l'introduction formelle de l'algèbre.

Notre travail était une recherche exploratoire à visée compréhensive. Pour obtenir des informations plus précises quant à l'effet des interventions réalisées en classe, une étude quasi-expérimentale serait à envisager en scindant les notions traitées dans ce travail.

Finalement, envisager la pensée relationnelle pour approfondir la compréhension des opérations et des propriétés permet de mieux outiller les élèves face aux calculs rencontrés mais son impact réel sur l'anxiété vis-à-vis des mathématiques doit se faire sur la durée, ce qui pourrait être envisagé dans le cadre d'une étude longitudinale ou d'une étude quasi-expérimentale qui prendrait en compte une intervention à la fois.

LISTE DES RÉFÉRENCES

Adihou A., Squalli H., Saboya M., Tremblay M., & Lapointe A. (2015) Analyse des raisonnements d'élèves à travers des résolutions de problèmes de comparaison. In Theis L. (Ed.) Pluralités culturelles et universalité des mathématiques : enjeux et perspectives pour leur enseignement et leur apprentissage – Actes du colloque EMF2015 – GT3, pp. 206-219.

Arguedas, M., Daradoumis, A., & Xhafa, F. (2016). Analyzing how emotion awareness influences students' motivation, engagement, self-regulation and learning outcome. *Educational Technology & Society, 19*(2), 87–103

Ashcraft, M. H., & Kirk, E. P. (2001). The Relationships Among Working Memory, Math Anxiety, and Performance. *Journal of Experimental Psychology General, 130*(2), 224–237. https://doi.org/10.1037/0096-3445.130.2.224

Ashcraft, M. H. (2002). Math Anxiety: Personal, Educational, and Cognitive Consequences. *Current Directions in Psychological Science : a Journal of the American Psychological Society*, *11*(5), 181–185. https://doi.org/10.1111/1467-8721.00196

Bone, E., Bouck, E., & Witmer, S. (2021). Evidence-Based Systematic Review of literature on algebra instruction and interventions for students with learning disabilities. *Learning disabilities: a contemporary journal, 19*(1), 1-22. https://eric.ed.gov/?id=EJ1295341

Britt, M. S., & Irwin, K. C. (2008). Algebraic thinking with and without algebraic representation: a three-year longitudinal study. *ZDM, 40*(1), 39–53. https://doi.org/10.1007/s11858-007-0064-x

Carpenter, T. P., Levi, L., Franke, M. L., & Zeringue, J. K. (2005). Algebra in Elementary School: Developing Relational Thinking. *ZDM, 37*(1), 53–59. https://doi.org/10.1007/BF02655897

Coulange, L. (2003). Résoudre des problèmes entre arithmétique et algèbre : au primaire, en secondaire…en formation initiale. Dans *Actes du XXXème colloque national des* *professeurs et formateurs de mathématiques chargés de la formation des maitres*. https://www.arpeme.fr/documents/7873AB376227C678BC21.pdf

Cuellar, N.A., Polotskaia, E. & Passaro, V. (2021). La genèse de la pensée algébrique chez les enfants de trois à huit ans. Une revue de la littérature scientifique. *Canadian journal of science mathematics and technology education, 21*, 740–757. https://doi.org/10.1007/s42330-021-00185-z

Demirkaya, P. N., & Bakkaloglu, H. (2015). Examining the student-teacher relationships of children both with and without special needs in preschool classrooms. *Educational Sciences : Theory & Practice, 15*(1), 159–175. https://doi.org/10.12738/estp.2015.1.2590

Demonty, I., & Vlassis, J. (2018). *Développer l'articulation arithmétique-algèbre entre le primaire et le secondaire* : guide méthodologique et documents reproductibles en ligne. De Boeck.

Devine, A., Hill, F., Carey, E., & Szűcs, D. (2018). Cognitive and Emotional Math Problems Largely Dissociate: Prevalence of Developmental Dyscalculia and Mathematics Anxiety. Journal of Educational Psychology, 110(3), 431–444. https://doi.org/10.1037/edu0000222

Fédération Wallonie-Bruxelles (s.d.). *Premier degré de l'enseignement secondaire*. Enseignement.be consulté le 2 août 2023 , sur http://www.enseignement.be/index.php?page=25664&navi=2412,

Falkner, K. P., Levi, L., & Carpenter, T. P. (1999). Children's Understanding of Equality: A Foundation for Algebra. Teaching Children Mathematics, 6(4), 232–236.

Fischer, J.-P., Sander, E., Sensevy, G., Vilette, B., & Richard, J.-F. (2019). Can young students understand the mathematical concept of equality? A whole-year arithmetic teaching experiment in second grade. *European Journal of Psychology of Education, 34*(2), 439–456. https://doi.org/10.1007/s10212-018-0384-y

Foley, A. E., Herts, J. B., Borgonovi, F., Guerriero, S., Levine, S. C., & Beilock, S. L. (2017). The Math Anxiety-Performance Link: A Global Phenomenon. Current Directions in Psychological Science : a Journal of the American Psychological Society, 26(1), 52–58. https://doi.org/10.1177/0963721416672463

Grugeon-Allys, B., & Pilet, J. (2017). Quelles connaissances et quels raisonnements en arithmétique favorisent l'entrée dans l'algèbre? Nouveaux cahiers de la recherche en éducation, 20(3),106-130. https://doi.org/10.7202/1055730ar

Irwin, K. C., & Britt, M. S. (2005). The Algebraic Nature of Students' Numerical Manipulation in the New Zealand Numeracy Project. Educational Studies in Mathematics, 58(2), 169–188. https://doi.org/10.1007/s10649-005-2755-y

Jacobs, V. R., Franke, M. L., Carpenter, T. P., Levi, L., & Battey, D. (2007). Professional Development Focused on Children's Algebraic Reasoning in Elementary School. *Journal for Research in Mathematics Education, 38*(3), 258–288. https://doi.org/10.2307/30034868

Jeannotte, D., & Corriveau, C. (2020). Étude de raisonnements mathématiques associés à la pensée algébrique chez les élèves avant l'introduction de l'algèbre. Dans H. Squalli, I. Oliveira, A. Bronner, & M. Larguier (dirs.) *Le développement de la pensée algébrique à l'école primaire et au début du secondaire. Recherches et perspectives curriculaires.* (pp112-133) Québec : Livres en ligne du CRIRES. https ://lel.crires.ulaval.ca/oeuvre/le-developpement-de-la-pensee-algebrique-lecole-primaire-et-au-debut-du-secondaire-recherches

Johnson, E. S., Clohessy, A. B., & Chakravarthy, P. (2021). A Self-Regulated Learner Framework for Students With Learning Disabilities and Math Anxiety. *Intervention in School and Clinic, 56*(3), 163–171. https://doi.org/10.1177/1053451220942203

Kieran, C. (2017). Teaching and Learning Algebraic Thinking with 5- To 12-Year-Olds: The Global Evolution of an Emerging Field of Research and Practice. Springer International Publishing AG. https://doi.org/10.1007/978-3-319-68351-5

Kitzmann, K. M. (2012). Learning about Emotion: Cultural and Family Contexts of Emotion Socialization. *Global Studies of Childhood, 2*(2), 82–84. https://doi.org/10.2304/gsch.2012.2.2.82

Kiziltoprak, A., & Kose, N. (2017). Relational thinking: The bridge between arithmetic and algebra. *International Electronic Journal of elementary education,10*(1) https://doi.org/10.26822/iejee.2017131893

Kose, N. Y. & Kızıltoprak, A. (2020). Development of Secondary School Students' Relational Thinking Skills with a Teaching Experiment . *Eurasian Journal of Educational Research* , *20* (85) , 135-168 . Retrieved from https://dergipark.org.tr/en/pub/ejer/issue/52308/685456

Li, Q., Cho, H., Cosso, J., & Maeda, Y. (2021). Relations Between Students' Mathematics Anxiety and Motivation to Learn Mathematics: a Meta-Analysis. Educational Psychology Review, 33(3), 1017–1049. https://doi.org/10.1007/s10648-020-09589-z

Marchand, P. & Bednarz, N. (1999). L'enseignement de l'algèbre au secondaire : une analyse des problèmes présentés aux élèves. *Bulletin AMQ, 39*(4), 30–42.

Marita, S., & Hord, C. (2017). Review of Mathematics Interventions for Secondary Students With Learning Disabilities. *Learning Disability Quarterly, 40*(1), 29–40. https://doi.org/10.1177/0731948716657495

Mason, P., Timms, K., Hayburn, T., & Watters, C. (2013). How Do People Described as having a Learning Disability Make Sense of Friendship? *Journal of Applied Research in Intellectual Disabilities, 26*(2), 108–118. https://doi.org/10.1111/jar.12001

McNeil, N. M., & Alibali, M. W. (2005). Why Won't You Change Your Mind? Knowledge of Operational Patterns Hinders Learning and Performance on Equations. *Child Development*, *76*(1), 883–899. https://doi.org/10.1111/j.1467-8624.2005.00884.x

McNeil, N. M., Hornburg, C. B., Brletic-Shipley, H., & Matthews, J. M. (2019). Improving children's understanding of mathematical equivalence via an intervention that goes beyond nontraditional arithmetic practice. *Journal of Educational Psychology, 111*(6), 1023–1044. https://doi.org/10.1037/edu0000337

Molina, M., & Castro, E. (2021). Third grade students' use of relational thinking. *Mathematics (Basel), 9*(2), 1–15. https://doi.org/10.3390/math9020187

Montague, M., & Dietz, S. (2009). Evaluating the Evidence Base for Cognitive Strategy Instruction and Mathematical Problem Solving. *Exceptional Children*, *75*(3), 285–302. https://doi.org/10.1177/001440290907500302

Mutlu, Y. (2019). Math Anxiety in Students With and Without Math Learning Difficulties. International Electronic Journal of elementary education, 11(5), 471-475. https://doi.org/10.26822/iejee.2019553343

Napaphun, V. (2012). Relational Thinking: Learning Arithmetic in Order to Promote Algebraic Thinking. *Journal of Science and Mathematics Education in Southeast Asia*, *35*(2), 84–101.

Powell, S. R., & Fuchs, L. S. (2010). Contribution of equal-sign instruction beyond word-problem tutoring for third-grade students with mathematics difficulty. *Journal of Educational Psychology*, *102*(2), 381–394. https://doi.org/10.1037/a0018447

OCDE (2014), « Image de soi en mathématiques et participation à des activités en rapport avec les mathématiques », dans *PISA 2012 Results: Ready to Learn* (Volume III) : Students' Engagement, Drive and Self-Beliefs, Éditions OCDE, Paris

Oliveira, I., & Rhéaume, S. (2014). Comment s'y prennent-ils? La résolution de problèmes de partage inéquitable par des élèves avant enseignement formel de l'algèbre. *Canadian journal of science, mathematics and technology education*, *14*(4), 404–423. https://doi.org/10.1080/14926156.2014.958623

Oliveira, I., Rhéaume, S., & Geerts, F. (2017). Apprentissage de l'algèbre : procédures et difficultés rencontrées lors de la résolution de problèmes. *Nouveaux cahiers de la recherche en éducation*, *20*(3), 156–180. https://doi.org/10.7202/1055732ar

Polotskaia, E., & Savard, A. (2018). Using the Relational Paradigm: effects on pupils' reasoning in solving additive word problems. *Research in Mathematics Education, 20*(1), 70–90. https://doi.org/10.1080/14794802.2018.1442740

Radford, L. (2014). The Progressive Development of Early Embodied Algebraic Thinking. *Mathematics Education Research Journal, 26*(2), 257–277. https://doi.org/10.1007/s13394-013-0087-2

Squalli H. (2002) Le développement de la pensée algébrique à l'école primaire: un exemple de raisonnement à l'aide de concepts mathématiques. *Instantanés mathématiques, 39*, 4-13.

Squalli, H., & Bronner, A. (2017). Le développement de la pensée algébrique avant l'introduction du langage algébrique conventionnel. *Nouveaux cahiers de la recherche en éducation, 20*(3), 1–8. https://doi.org/10.7202/1055725ar

Squalli, H., Larguier, M., Bronner, A. & Adihou, A. (2020). Cadre d'analyse des raisonnements dans la résolution de problèmes algébriques de type partage inéquitable. Nouveaux cahiers de la recherche en éducation, 22 (1), 36–62. https://doi.org/10.7202/1070024ar

Squalli, H., Oliveira, I., Bronner, A. & Larguier, M. (2020). Le développement de la pensée algébrique à l'école primaire et au début du secondaire. Recherches et perspectives curriculaires. Québec : Livres en ligne du CRIRES. En ligne : https ://lel.crires.ulaval.ca/oeuvre/le-developpement-de-la-pensee-algebrique-lecole-primaire-et-au-début-du-secondaire-recherches

Stephens M. (2006). *Describing and exploring the power of relational thinking*. In P. Grootenboer, R. Zevenbergen, & M. Chinnappan (Eds.), Identities, cultures and learning spaces. Proceedings of the 29th annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia (Sydney: MERGA) pp 479-486

Stephens, M., & Ribieiro, A. (2012). Working towards algebra : the importance of relational thinking. Revista Latinoamericana de Investigacion en Matematica Educativa, *Relime, 15*(3), 373-402

Usodo, B., Mardiyana, Pramudya, I., Sutopo, & Setiyawan, R. (2020). Relational Thinking Skills of Junior High School Students and Their Relationship with Creativity in Solving Mathematical Problems. *Journal of Physics: Conference Series, 1613*(1), 1-10. https://doi.org/10.1088/1742-6596/1613/1/012076

Yaftian, N., & Barghamadi, S. (2022). The effect of teaching using multimedia on mathematical anxiety and motivation. Journal of Research and Advances in Mathematics Education, 7(2), 55-63. https://doi.org/10.23917/jramathedu.v7i2.16141

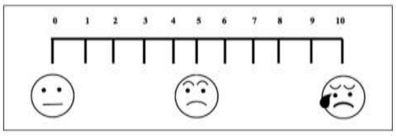
TABLE DES FIGURES

ANNEXES [6]

Table des annexes :

[6] Les annexes concernant les documents donnés aux élèves ont été modifiées au niveau de la mise en page pour rendre ce fichier plus facile à lire.

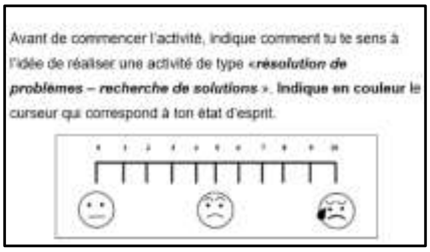
Annexe 1 : Presentation de l'Echelle d'expression de sentiment (Johnson et al, 2021)



Elle est présentée oralement aux élèves en disant : « Il est vraiment commun de ressentir du stress ou de l'anxiété vis-à-vis des mathématiques. Mais sais-tu que quand tu ressens de l'anxiété, cela devient plus difficile pour toi de réaliser les exercices en mathématiques ? Nous allons travailler pour essayer de diminuer cette anxiété. Pour pouvoir le faire, il faut savoir comment tu te sens et nous allons utiliser une échelle d'anxiété. D'un côté (le zéro), tu te sens bien, pas anxieux du tout. A 5, tu te sens moyennement anxieux : tu peux te dire que tu n'arriveras pas à faire ce que l'exercice, que tu voudrais que le cours se termine vite, que tu voudrais ne pas être là. A 10, tu te sens réellement très anxieux, tu ne sais plus penser à autre chose, ni te concentrer sur autre chose. Cela peut même ressembler à de la panique. Il est important que tu sois honnête pour qu'on puisse travailler par la suite et quel que soit le niveau auquel tu te situes, c'est ok ».

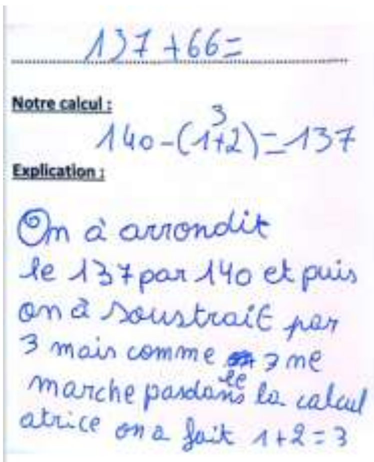
Annexe 2 : Sequence 1 : Compensation et equivalence

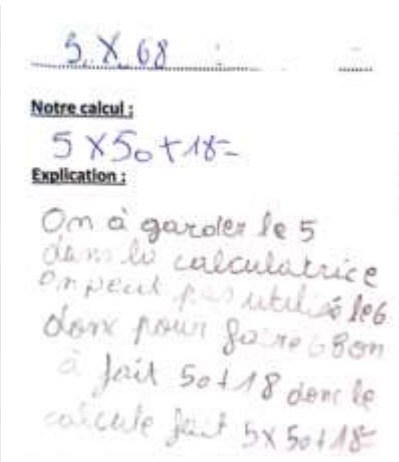
- **Echelle d'expression d'anxiété mathématique (Johnson et al., 2021)**



- **Modèles de calculatrice défectueuse (Demonty & Vlassis, 2018)**

- **Proposition de réponses dans la boite aux lettres**





Annexe 3 : Exemple de defis a realiser en binomes lors de la sequence 1 (Demonty & Vlassis, 2018)

Comment effectuer le calcul suivant si la touche « 6 » est défectueuse ?
Trouve deux façons différentes et explique comment tu fais.

16 x 8 =

Comment effectuer le calcul suivant si la touche « 5 » est défectueuse ?
Trouve un maximum de propositions différentes et explique comment tu fais.

24 x 15 =

Annexe 4 : Exemples d'exercice issu de CEB propose aux eleves en fin de sequence 1.

COMPLÈTE les opérations.

1,2 = 1,2 x ________

1,2 = 12 x ________

1,2 = 120 x ________

1,2 = 6 x ________

1,2 = 0,6 x ________

1,2 = 0,06 x ________

Voici une addition et cette addition modifiée.

Addition de départ

```
   3 4 5 2
 + 6 7 9 8
 _________
```

→

Addition modifiée

```
   3 4 5 8
 + 6 7 9 2
 _________
```

Que devient le résultat après cette permutation de deux chiffres ?

COCHE la proposition correcte.

- ☐ Le résultat de l'addition augmente.
- ☐ Le résultat de l'addition reste identique.
- ☐ Le résultat de l'addition diminue.

(CEB, 2015, Nombres et opérations)

ANNEXE 5 : EXTRAITS DE LA SEQUENCE 2 : PROBLEMES DE PARTAGES INEGAUX

- **Situation de départ**

Voici deux boites contenant des bonbons.
- La première boite contient un certain nombre de bonbons.
- La deuxième boite contient le même nombre de bonbons que la première, ainsi que 3 en plus.

Que savez-vous sur le nombre de bonbons au chocolat contenus dans chacune des boites ?

- Avec des mots (en langage naturel)
- En langage mathématique

- **Indices**

Maintenant, vous avez un nouvel indice : en tout, il y a 21 bonbons.

Complétez ce que vous avez écrit précédemment : que savez-vous maintenant sur le nombre de bonbons contenus dans chacune des boites ?

- **Problèmes de boites à résoudre**

À présent, voici 3 boites. Dans chacune des situations suivantes, que savez-vous à propos du nombre de bonbons dans chaque boite ?

Situation 1 : La deuxième boite contient 5 bonbons de plus que la première boite et la troisième contient 7 bonbons de plus que la première boite. En tout, il y a 24 bonbons.

Situation 2 : La deuxième boite contient 3 bonbons de plus que la première boite et la troisième en contient 5 de plus que la deuxième. En tout, il y a 23 bonbons.

Situation 3 : La deuxième boite contient 4 bonbons de plus que la première boite et 3 de plus que la troisième boite. En tout, il y a 20 bonbons.

Situation 4 : La deuxième boite contient 3 fois de plus de bonbons que la première boite et 2 fois plus de bonbons que la troisième boite. En tout, il y a 22 bonbons.

- **Exemples de problèmes de partages inégaux à résoudre en groupe ou individuellement**

Philippe et Jean collectionnent les cartes. À eux deux, ils en ont 146. Philippe a 18 cartes de plus que Jean. Combien de cartes a chaque enfant ?

Emma fait une randonnée à vélo de 3 jours. En tout, elle a parcouru 147 km. Le deuxième jour, elle roule 15 km de plus que le premier jour. Le troisième jour, elle roule 12 km de plus que le deuxième jour. Combien de km a-t-elle parcouru chaque jour ?

Le lycée offre trois activités sportives. Le basketball regroupe 57 élèves de plus que le patinage et 21 élèves de plus que la natation. S'il y a 159 élèves inscrits à ces activités, combien d'élèves participent à chacune d'elles ?

ANNEXE 6 : CARNET DE BORD TENU PAR L'ENSEIGNANTE DURANT LA SEQUENCE 1

Remarques préalables : observations réalisées lors des questionnaires :

- Le jugement d'égalité n'est pas compris au départ car les élèves disent « ce n'est pas possible, il n'y a pas qu'une réponse derrière le égal », « c'est pas juste deux calculs avec un égal entre ».
- Les justifications sont très compliquées pour les élèves, ils ne comprennent pas ce qu'on attend d'eux. Ils pensent qu'ils doivent écrire beaucoup. Il faut leur expliquer qu'une explication peut avoir différentes formes (phrases, calculs, dessins, flèches…). Beaucoup se décourage.
- Les élèves sont perturbés par les énoncés des problèmes. Ils trouvent cela trop compliqué et le font savoir par des soupirs, ils lisent les problèmes et passent très vite au suivant. Ils demandent si ils peuvent faire comme d'habitude mais en observant les feuilles, les techniques employées habituellement n'apparaissent pas (surligner, représenter, calculer…)
- Lors du second questionnaire, les élèves ont été perturbés par une punition collective mise en place par la direction. Ils avaient appris cette punition durant la récréation précédant le questionnaire.

Date : 16/03/2023	**Thème de la séance** **Calculatrice + / -**	**Nombres élèves présents** : Groupe 1 : 12/13 Groupe 2 : 11/13
Observations : Groupe 1	• Utilisation de la réponse pour vérifier les calculs proposés. ➔ Relation par équivalence des résultats • Ils modifient un terme du calcul ou les deux. Certains groupes proposent de modifier uniquement le terme qui ne peut pas être employé en raison de la touche défectueuse. D'autres élargissent les modifications au-delà de la touche défectueuse.	
Observations : Groupe 2	• La décomposition est envisagée mais la compensation n'est pas proposée spontanément par les élèves de cette classe. • Ils utilisent la réponse du calcul pour proposer un calcul différent qui aboutit à la même réponse. Il faut alors que j'intervienne pour ne pas qu'ils tiennent compte de la réponse du calcul. • La compensation est presque visible dans les propositions qui décomposent de cette façon : 543-79 = 543 – 80 + 1 ou 137 + 66 = 127 + 66 + 10	

Date : 20/03/2023	**Thème de la séance :** **Mise en commun +/- (structuration)**	**Nombres élèves** : Groupe 1 : 12/13 Groupe 2 : 13/13
Observations : Groupe 1	• Les égalités proposées au TN sont vérifiées et expliquées par les élèves. Les mots décomposition et compensation sont exploités. • Chaque égalité est justifiée à l'aide des propriétés des opérations et du sens de celles-ci. • La réponse n'est jamais intervenue dans les explications.	
Observations : Groupe 2	• La différence entre décomposition et compensation est bien comprise et différenciée au tableau. • Les élèves proposent d'emblée beaucoup de décompositions. • La compensation est plus compliquée à comprendre et le recours à la manipulation est nécessaire pour assurer la justesse de la réponse. Les élèves ne comprennent pas spontanément la direction des variations qui est influencée par les opérations. • Lors de la synthèse, les élèves doivent formuler des exemples personnels. Ils sont tous capables de proposer une égalité correcte pour les 4 cas proposés (décomposition et compensation pour l'addition et pour la soustraction.	

Date : 21/03/2023	**Thème de la séance** **Calculatrice x/ :**	**Nombres élèves** : Groupe 1 : 11/13 Groupe 2 : 12/13
Observations : Groupe 1	• Les propositions se basent uniquement sur la décomposition d'un des deux termes. • Aucun groupe ne propose la compensation. • Le rôle des parenthèses doit être précisé dans certains groupes. Proposition : 5 x 70 – 2. Ils vérifient leur réponse avec la calculatrice et s'étonnent de ne pas obtenir la même réponse. Je passe par le dessin pour leur faire comprendre pourquoi cela ne fonctionne pas (dessin 5 paquets de 68 et 5 paquets de 70 auxquels on enlève juste 2 à un paquet). • Pour la division, des difficultés surviennent quand le groupe propose une décomposition du diviseur. Le passage par le dessin permet de modifier la proposition du :18 = je divise par 9 deux fois de suite. → passage par le dessin nécessaire.	
Observations : Groupe 2	• Les différents groupes d'élèves rencontrent des difficultés face aux opérations proposées. Le recours au dessin est nécessaire pour visualiser le sens des opérations (x et :). Les élèves proposent des décompositions spontanément, ce qui implique l'usage de la distributivité.	

Date : 23/03/2023	**Thème de la séance** **Structuration x/ :**	**Nombres élèves** : Groupe 1 : 11/13 Groupe 2 : 12/13
Observations : Groupe 1	• La structuration se fait au TN en groupe classe. Les propositions trouvées lors de la découverte sont proposées au TN et elles sont discutées. Les élèves peuvent ainsi verbaliser leur façon de résoudre l'exercice et justifier pourquoi les équivalences sont vraies ou non.	
Observations : Groupe 2	• La structuration se fait au TN en groupe classe. Les propositions trouvées lors de la découverte sont proposées au TN et elles sont discutées. Les élèves peuvent ainsi verbaliser leur façon de résoudre l'exercice et justifier pourquoi les équivalences sont vraies ou non.	

Date : 23/03/2023	**Thème de la séance** **Défis + Exercices individuels**	**Nombres élèves** : Groupe 1 : 10/13 Groupe 2 : 12/13
Observations : Groupe 1	• Les défis sont réalisés assez facilement. Le contexte les motive et le fait de ne pas « faire des exercices » leur plait. • Chaque élève reçoit un dossier avec des exercices reprenant le même type d'exercices et des exercices issus de CEB précédents. • Les élèves s'investissent dans les exercices et utilisent ce qui a été vu précédemment lors des structurations pour résoudre les exercices. Les exercices issus du CEB sont plus compliqués à être réalisés car les élèves ne pensent pas à associer ce qu'ils ont vu à ce qui est demandé. Quand l'enseignante verbalise le lien qui existe entre les deux, les élèves comprennent et utilisent ce qui a été vu en classe précédemment.	
Observations : Groupe 2	• Les défis sont réalisés par certains binômes mais sont difficiles à réaliser pour d'autres élèves. Il faut revenir à la discussion des égalités proposées pour que les élèves se rendent compte des erreurs commises. • Chaque élève reçoit un dossier avec des exercices reprenant le même type d'exercices et des exercices issus de CEB précédents. • Les élèves ne s'investissent pas dans le travail, ils ne travaillent pas. Quelques élèves essayent malgré tout d'utiliser ce qui a été vu précédemment. Les exercices des CEB antérieurs semblent trop compliqués pour eux. L'enseignante termine la séance en réalisant les exercices en groupe classe au TN.	

ANNEXE 7 : CARNET DE BORD TENU PAR L'ENSEIGNANTE DURANT LA SEQUENCE 2

<table>
<tr><td>Date : 28/03/2023</td><td>Thème de la séance
Partages inégaux : découverte</td><td>Nombres élèves :
Groupe 1 : 9/13
Groupe 2 : 11/13</td></tr>
<tr><td>Observations :
Groupe 1</td><td colspan="2">Les élèves sont répartis en deux groupes : 1 groupe propose de diviser par 2 puis enlever 3 et l'autre groupe propose d'enlever 3 puis diviser par 2.
Lors de la mise en commun, les deux raisonnements sont comparés au TN. Le raisonnement incorrect est finalement rejeté par les élèves car le nombre total de bonbons ne correspond pas.
Le raisonnement correct est alors modélisé au TN lors d'une mise en commun. Plusieurs propositions sont suggérées par les élèves :
Remplacer le nombre qu'on ne connait pas par des points d'interrogations, par le dessin d'une boite ou par une lettre se fait spontanément durant la mise en commun. Nous arrivons à modéliser la situation par a+a+3 = 21 Les élèves se surprennent à calculer avec des lettres (étonnement de leur part mêlé à de la fierté).</td></tr>
<tr><td>Observations :
Groupe 2</td><td colspan="2">Les élèves sont répartis en 4 groupes : deux groupes proposent la division avant d'ajouter 3 bonbons à une des deux boites, deux groupes proposent d'enlever les 3 bonbons « parce qu'on dit bien en tout, il y a 21 bonbons » et de diviser ensuite par 2.
Lors de la mise en commun, les deux raisonnements sont confrontés au TN. Le raisonnement incorrect est rejeté car le nombre total ne correspond pas à la situation donnée. L'autre raisonnement est modélisé au TN et des dessins de boites sont proposées.
D'autres exemples sont proposés aux élèves pour renforcer la compréhension et asseoir la façon de représenter ce type de situation. Les exemples permettent de faire comprendre le contexte des situations en impliquant les élèves dans les différentes situations (utilisation de leur prénom)</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td>Date : 30/03/2023</td><td>Thème de la séance
Partages inégaux : situations</td><td>Nombres élèves :
Groupe 1 : 12/13
Groupe 2 : 12/13</td></tr>
<tr><td>Observations :
Groupe 1</td><td colspan="2">Les élèves sont répartis en 3 groupes et doivent réaliser 4 situations données avec également le contexte des bonbons, comme dans la situation de découverte.
Le matériel n'est pas nécessaire car les élèves arrivent à représenter les différentes situations sur leur feuille.
Les élèves comprennent les relations entre les différentes boites, et prennent en compte le nombre total de bonbons en fin de raisonnement pour vérifier leur réponse.
Les élèves qui proposent de réaliser la division directement sont corrigés par les élèves du groupe. Chaque groupe propose les solutions correctes pour les S1 à S3. La situation numéro 4 est plus compliquée pour les élèves car ils ne comprennent pas l'expression « 2 fois plus que ».
Pour aider les élèves, je propose un changement de contexte et je propose un exemple simple pour que les élèves puissent comprendre (contexte : argent).</td></tr>
<tr><td>Observations :
Groupe 2</td><td colspan="2">Les élèves sont répartis en 4 groupes. Les groupes sont de niveaux différents.
Un groupe sur les 4 ne peut réaliser que les deux premières situations. Leur compréhension des situations ne leur permet pas d'aller plus loin.
Deux autres groupes comprennent les situations et repèrent les informations dans chaque situation et mettent en avant les démarches qui correspondent.
Dans un groupe, un élève persiste à diviser avant d'enlever les bonbons supplémentaires. Les autres élèves essayent de lui faire comprendre qu'il n'a pas raison. Ils proposent alors de résoudre la situation et de comparer les différents raisonnements. A chaque fois, l'élève qui se trompe reconnait son erreur quand il calcule le total de bonbons.
En fin de séance , les élèves se situent à des niveaux différents.</td></tr>
</table>

	• Un groupe propose pour la situation 4 = 22 : 5,5 Mais ils sont bloqués pour réaliser le calcul. Je peux alors leur proposer de modifier le calcul. Ils proposent alors de multiplier par 2 pour obtenir 44 : 11 ce qui est plus facile à faire pour eux.

Date : 4/4/2023	**Thème de la séance :** Mise en commun -correction	**Nombres élèves** : Groupe 1 : 8/13 Groupe 2 : 12/13
Observations : Groupe 1	• La séance est animée par l'enseignante et la mise en commun se fait au TN. • Différentes façons de symboliser les situations sont proposées : certains proposent des boites, d'autres des points d'interrogation. • Les relations et le résultat final sont indiqués dans la représentation. Une fois la représentation réalisée au TN, les élèves sont généralement tous d'accord avec les calculs à réaliser. Quand un élève a une hésitation, les autres lui expliquent. La séance est très dynamique et les élèves très impliqués. • Lors d'une situation, un élève propose une lettre à la place du point d'interrogation. Nous écrivons la situation sous forme d'une équation. Les élèves réalisent les étapes de résolution d'une équation sans s'en rendre compte.	
Observations : Groupe 2	• La séance est animée par l'enseignante et la mise en commun se fait au TN. • Les représentations des situations sont plus difficiles à amener. Ils se mettent d'accord sur le point d'interrogation ou des cercles représentant les ensembles. • Quand un élève ne comprend pas ou hésite, l'enseignante doit prendre le relais pour l'explication car les autres disent « on comprend mais on ne sait pas expliquer ». • Les relations sont mises en évidence dans les relations.	

Date : 4/4/2023 + 6/4/2023	**Thème de la séance :** Problèmes avec un autre contexte que les boites	**Nombres élèves** : Groupe 1 : 8/13 Groupe 2 : 12/13
Observations : Groupe 1	• Les élèves sont répartis en groupe et reçoivent quatre problèmes de partages inégaux. • Ils doivent réaliser la résolution sur une feuille et expliquer à l'enseignante les résultats présentés. La correction se fait auprès de chaque groupe. Les difficultés rencontrées sont essentiellement des difficultés de compréhension du texte lu. Je propose une lecture à voix haute dans certains groupes, ce qui lève les incompréhensions résultant d'une mauvaise lecture du texte. • Chaque groupe propose des représentations différentes et mettent en évidence les relations mises en jeu dans chaque situation. Quand la représentation proposée est correcte, les calculs et la résolution se font de manière efficace. • Des difficultés à inverser les relations quand cela est nécessaire sont mises en évidence dans un groupe.	
Observations : Groupe 2	• Les élèves sont répartis en groupe et reçoivent quatre problèmes de partages inégaux. • Le rythme est plus lent que dans le groupe 1. Une explication au TN est nécessaire pour réaliser un rappel d'une représentation de situation. • A partir du « modèle », ils se sentent capables d'y arriver. • Des difficultés à inverser les relations quand cela est nécessaire sont mises en évidence dans un groupe.	

<table>
<tr><td>Date : 6/4/2023 + 7/4/2023</td><td>Thème de la séance
Résolution individuelle</td><td>Nombres élèves :
Groupe 1 : 8/13
Groupe 2 : 12/13</td></tr>
<tr><td>Observations : Groupe 1</td><td colspan="2">Chaque élève reçoit trois problèmes à résoudre. Ils rendent leurs résolutions à la fin de la séance et un feedback écrit est réalisé pour chaque élève.
Les élèves sont tous capables de résoudre au moins un problème. Cependant, certains élèves ont besoin d’aide pour lire le problème à haute voix. Certains mots de vocabulaire doivent être expliqués.
Les représentations sont le plus souvent des boites, des cases. Chaque personne ou groupe est représenté par une initiale.</td></tr>
<tr><td>Observations : Groupe 2</td><td colspan="2">Chaque élève reçoit trois problèmes à résoudre. Ils rendent leurs résolutions à la fin de la séance et un feedback écrit est réalisé pour chaque élève.
Certains élèves ne savent pas résoudre seul les problèmes. L’enseignante prend en charge ces élèves et leur fait résoudre les problèmes en suivant des étapes en posant des questions (combien de groupes/personnes y a-t-il ?; comment peut-on les représenter ?; que sais-tu sur les différences entre groupes ?; de combien parle-t-on au total ?).
Les étapes à suivre structure la procédure et les élèves se sentent moins perdus.
Quand la résolution est réellement impossible, l’enseignante recourt à un contexte connu qui est l’argent. Et utilise du matériel quand cela s’avère nécessaire.</td></tr>
<tr><td>Remarques :</td><td colspan="2">Dans l’ensemble, les élèves ont été plus actifs durant les deux séquences par rapport à leur attitude habituelle. Ils appréciaient le fait de ne pas travailler dans le cours et ils le disaient. Ils étaient plus actifs pour réaliser les exercices. Il fallait moins les tirer et ils étaient demandeurs d’aide quand ils ne savaient pas faire ce qui était demandé. Dans l’ensemble, le climat a été plus positif au travail durant ces heures de cours.</td></tr>
</table>

ANNEXE 8 : QUESTIONNAIRE ENVISAGEANT L'ANXIETE RESSENTIE VIS-A-VIS DES MATHEMATIQUES

Code participant : …………………………………………….

LIÈGE université Psychologie, Logopédie & Sciences de l'Éducation

Les mathématiques, cela me fait me sentir…..

Coche la case qui correspond à ce que tu ressens face à chaque situation.

	Pas du tout d'accord	Pas d'accord	D'accord	Tout à fait d'accord
Je m'inquiète souvent en pensant que j'aurai des difficultés au cours de mathématiques[7].	☐	☐	☐	☐
Je suis très tendu(e) quand j'ai un devoir de mathématiques à faire.	☐	☐	☐	☐
Je deviens très nerveux (nerveuse) quand je travaille à des problèmes de mathématiques	☐	☐	☐	☐
Je me sens perdu(e) quand j'essaie de résoudre un problème de mathématiques	☐	☐	☐	☐
Je m'inquiète à l'idée d'avoir de mauvaises notes en mathématiques.	☐	☐	☐	☐

[7] Questionnaire inspiré de OCDE, 2014

ANNEXE 9 : QUESTIONNAIRE ENVISAGEANT LE JUGEMENT D'EGALITE ET LES CALCULS LACUNAIRES

➢ **Version élève**

LIÈGE université
Psychologie, Logopédie & Sciences de l'Éducation

Questionnaire mathématiques (partie 1)

1. **Indique** si ces égalités sont correctes (C) ou incorrectes (I). **Explique** ta réponse.

Égalités	C ou I ?	Explications
9 + 7 = 7 + 9		
6 + 9 = 5 + 11		
12 – (9 - 2) = (12 – 9) + 2		
(5 x 4) x 7 = (7 x 4) x 5		
8 + (3 x 8) = (5 x 8) – 8		
42 : 16 = 84 : 32		

2. Pour chacune des opérations, **écris le nombre** remplacé par un cercle pour que l'égalité soit respectée. **Explique** à chaque fois ton raisonnement.

◯ + 17 = 15 + 24 Le ◯ vaut :	Explique ....
23 + ◯ = 25 + 32 Le ◯ vaut :	Explique ....
78 – 34 = ◯ - 28 Le ◯ vaut :	Explique ....
48 – 26 = 40 - ◯ Le ◯ vaut :	Explique ....
48 x 2,5 = ◯ x 10 Le ◯ vaut :	Explique ....
16 x 4 = 32 x ◯ Le ◯ vaut :	Explique ....

3 : 4 = 15 : ◯ Le ◯ vaut : ………..	Explique …………………………………………………………………………. ………………………………………………………………………….
12 : 6 = ◯ : 0,6 Le ◯ vaut : ………..	Explique …………………………………………………………………………. ………………………………………………………………………….

3. ***Observe*** les calculs suivants :

18 + ◯ = 20 + ◯

Peux-tu ***compléter*** les cases des calculs ci-dessous (de manière différente) pour que ton calcul reste correct :

18 + ◯ = 20 + ◯
18 + ◯ = 20 + ◯
18 + ◯ = 20 + ◯

Dans tes calculs, quelle relation as-tu entre les deux nombres placés dans les cases ?

A la place de 18 et 20, si on met 226 et 231, quelle relation y aura-t-il entre les deux nombres qui complèteront le calcul ?

72 - ◯ = 75 - ◯

Peux-tu ***compléter*** les cases des calculs ci-dessous pour que ton calcul soit correct :

72 - ◯ = 75 - ◯
72 - ◯ = 75 - ◯
72 - ◯ = 75 - ◯

Dans tes calculs, quelle relation as-tu entre les deux nombres placés dans les cases ?

A la place de 72 et 75, si on met 212 et 220, quelle relation y aura-t-il entre les deux nombres qui complèteront le calcul ?

5 x ◯ = 20 x ◯

Peux-tu ***compléter*** les cases des calculs ci-dessous pour que ton calcul soit correct :

5 x ◯ = 20 x ◯
5 x ◯ = 20 x ◯
5 x ◯ = 20 x ◯

Dans tes calculs, quelle relation as-tu entre les deux nombres placés dans les cases ?

A la place de 5 et 20, si on met 12 et 48, quelle relation y aura-t-il entre les deux nombres qui complèteront le calcul ?

3 : ◯ = 15 : ◯

Peux-tu ***compléter*** les cases des calculs ci-dessous pour que ton calcul soit correct :

3 : ◯ = 15 : ◯
3 : ◯ = 15 : ◯
3 : ◯ = 15 : ◯

Dans tes calculs, quelle relation as-tu entre les deux nombres placés dans les cases ?

A la place de 3 et 15, si on met 10 et 70, quelle relation y aura-t-il entre les deux nombres qui complèteront le calcul ?

➢ **Version corrigée**

1. **Indique** si les égalités sont correctes (C) ou incorrectes (I). **Explique** ta réponse.

Égalités	C ou I ?	Égalités	C ou I ?
9 + 7 = 7 + 9	C (1 ou 0)	(5 x 4) x 7 = (7 x 4) x 5	C (1 ou 0)
6 + 9 = 5 + 11	I (1 ou 0)	8 + (3 x 8) = (5 x 8) – 8	C (1 ou 0)
12 – (9 - 2) = (12 – 9) + 2	C (1 ou 0)	42 : 16 = 84 : 32	C (1 ou 0)

TOTAL : maximum 6 points

2. Pour chacune des opérations, **écris le nombre** remplacé par un cercle pour que l'égalité soit respectée. **Explique** à chaque fois ton raisonnement.

Égalités	Réponse	Égalités	Réponse
◯ + 17 = 15 + 24	22 (1 point ou 0)	48 x 2,5 = ◯ x 10	12 (1 point ou 0)
23 + ◯ = 25 + 32	34 (1 point ou 0)	16 x 4 = 32 x ◯	2 (1 point ou 0)
78 – 34 = ◯ - 28	72 (1 point ou 0)	3 : 4 = 15 : ◯	20 (1 point ou 0)
48 – 26 = 40 - ◯	18 (1 point ou 0)	12 : 6 = ◯ : 0,6	1,2 (1 point ou 0)

3. ***Observe*** les calculs suivants :

18 + ◯ = 20 + ◯

1 point par proposition correcte (Box A – 2 = Box B)

Total : maximum de 3 points

72 - ◯ = 75 - ◯

1 point par proposition correcte (Box A + 3 = Box B)

Total : maximum de 3 points

5 x ◯ = 20 x ◯

1 point par proposition correcte (Box A : 4 = Box B)

Total : maximum de 3 points

3 : ◯ = 15 : ◯

1 point par proposition correcte (Box A x 5 = Box B)

Total : maximum de 3 points

ANNEXE 10: QUESTIONNAIRE ENVISAGEANT LES PROBLEMES DE PARTAGES INEGAUX

- **Version élève**

LIÈGE université
Psychologie, Logopédie & Sciences de l'Éducation

Questionnaire mathématiques (partie 2)

1. Paul et Claire ont ensemble 45 ans. Paul a 15 ans de plus que Claire. Quel est l'âge de chacun ?

Écris tout ton raisonnement :

2. Frédéric, Lucie et Roger ont ensemble 55 albums de bandes dessinées. Lucie a 15 albums de plus que Frédéric et Roger a le double d'albums de Frédéric. Combien d'albums chacun a-t-il ?

Écris tout ton raisonnement :

3. Dans une école, 180 élèves pratiquent un sport. Le nombre d' élèves qui pratiquent le football est le triple de ceux qui pratiquent le volley et le nombre d'élèves qui pratiquent le basket est le double du nombre d'élèves qui pratiquent le volley. Dans cette école, combien d' élèves pratiquent chaque sport ?

Écris tout ton raisonnement :

4. Trois équipes de basket ont participé à la finale du championnat. Ensemble, elles ont marqué 260 points. L'équipe B a marqué 20 points de plus que l'équipe A et l'équipe C a marqué le double de points de l'équipe B. Combien de points chacune des équipes a-t-elle marqué ?

Écris tout ton raisonnement :

5. Martha, Raphael et Anne ont ensemble 270 porte-clés. Raphaël a le double du nombre de porte-clés de Martha, et Anne a le triple du nombre de porte-clés de Raphaël. Combien de porte-clés chacun a-t-il ?

Écris tout ton raisonnement :

6. Jean, Pierre et Claudio ont ensemble 160 autos miniatures. Pierre a 25 autos de moins que Jean et 15 autos de moins que Claudio. Combien d'autos chacun d'entre eux possède-t-il ?

<u>Écris tout ton raisonnement</u> :

- **<u>Version corrigée</u>**

<u>Questionnaire mathématiques (partie 2) :</u> *<u>critères de cotation et codage des réponses</u>*

Réponse correcte et complète : 2 points

Réponse incomplète mais raisonnement correct (blocage, interruption du raisonnement) : 1 point

Réponse incorrecte : erreur de calcul, erreur de procédure… : 0 point

Total : maximum 12 points

1. Paul et Claire ont ensemble 45 ans. Paul a 15 ans de plus que Claire. Quel est l'âge de chacun ?

   ➔ **Claire a 15 ans et Paul en a 30. (Problème non codé)**

2. Frédéric, Lucie et Roger ont ensemble 55 albums de bandes dessinées. Lucie a 15 albums de plus que Frédéric et Roger a le double d'albums de Frédéric. Combien d'albums chacun a-t-il ?

   ➔ **Frédéric possède 10 albums, Lucie possède 25 albums et Roger en possède 20.**

3. Dans une école, 180 élèves pratiquent un sport. Le nombre d' élèves qui pratiquent le football est le triple de ceux qui pratiquent le volley et le nombre d'élèves qui pratiquent le basket est le double du nombre d'élèves qui pratiquent le volley. Dans cette école, combien d' élèves pratiquent chaque sport ?

   ➔ **90 élèves font du football, 30 élèves font du volley et 60 élèves font du basket.**

4. Trois équipes de basket ont participé à la finale du championnat. Ensemble, elles ont marqué 260 points. L'équipe B a marqué 20 points de plus que l'équipe A et l'équipe C a marqué le double de points de l'équipe B. Combien de points chacune des équipes a-t-elle marqué ?

   ➔ **L'équipe A a 50 points, l'équipe B a 70 points et l'équipe C a 140 points.**

5. Martha, Raphael et Anne ont ensemble 270 porte-clés. Raphaël a le double du nombre de porte-clés de Martha, et Anne a le triple du nombre de porte-clés de Raphaël. Combien de porte-clés chacun a-t-il ?

   ➔ **Martha a 30 porte-clés, Raphael a 60 porte-clés et Anne en a 180.**

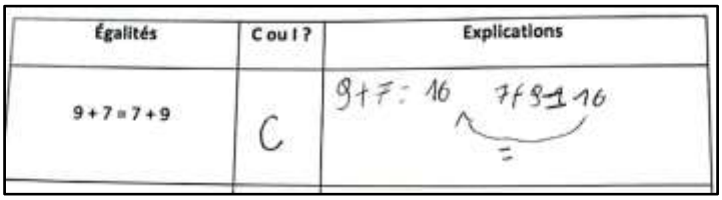
6. Jean, Pierre et Claudio ont ensemble 160 autos miniatures. Pierre a 25 autos de moins que Jean et 15 autos de moins que Claudio. Combien d'autos chacun d'entre eux possède-t-il ?

   ➔ **Jean a 65 autos miniatures, Pierre en a 40 et Claudio en possède 55.**

ANNEXE 11 : CRITERES DE CODAGE AVEC EXEMPLES DE LA TACHE DE JUGEMENT D'EGALITE

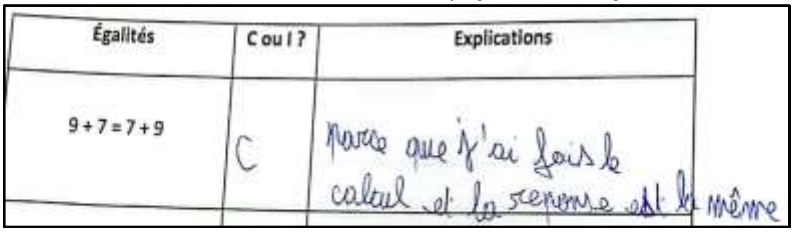
Critères de codage pour la tâche de jugement d'égalité avec exemples		
1	Calcul de la réponse (Raisonnement arithmétique)	Tout raisonnement impliquant la réponse des opérations qu'il soit rédigé sous forme de phrases ou d'opérations, que la réponse soit indiquée clairement ou que le raisonnement implique la prise en compte de la réponse sans la noter.

Exemples :



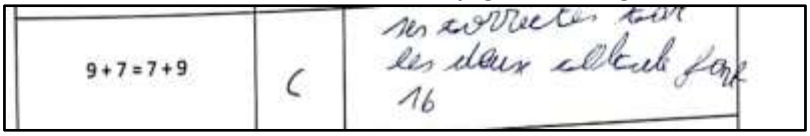
Égalités	C ou I ?	Explications
9 + 7 = 7 + 9	C	9+7 : 16 7+9=16 =

E109 – Pré-test – Item 1 du jugement d'égalité



Égalités	C ou I ?	Explications
9 + 7 = 7 + 9	C	parce que j'ai fais le calcul et la reponse est la même

E105 – Pré-test – Item 1 du jugement d'égalité

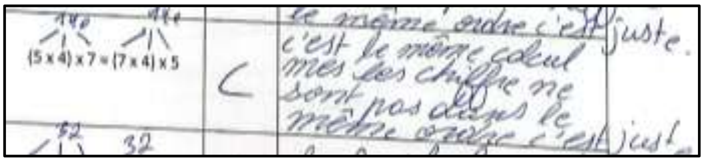


9 + 7 = 7 + 9	C	les correctes car les deux calcul font 16

E108 – Pré-test – Item 1 du jugement d'égalité

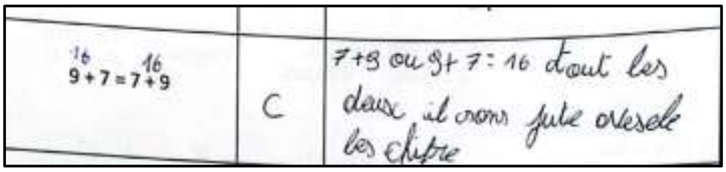
2	PR après calcul de la réponse	Tout raisonnement qui ajoute au calcul de la réponse une dimension relationnelle (Relation ou propriété)

Exemples :



140 140 (5 x 4) x 7 = (7 x 4) x 5	C	le même ordre c'est juste c'est le même calcul mes les chiffre ne sont pas dans le même ordre c'est juste

E202 – Item 4 du jugement d'égalité – Post-test différé

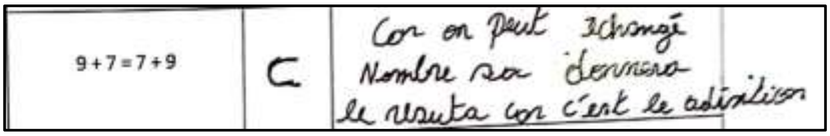


16 16 9 + 7 = 7 + 9	C	7+9 ou 9+7 : 16 tout les deux il nous fute olesede les chifre

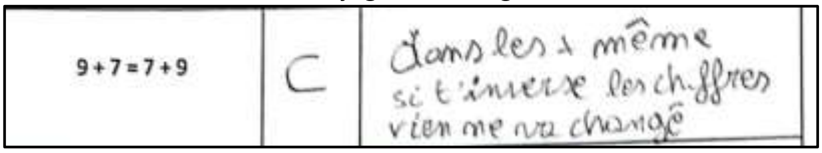
E109 – Item 1 du jugement d'égalité – Post-test

3	PR sans référence au résultat (Propriétés)	Tout raisonnement qui ne met pas en jeu la réponse des opérations et qui fait référence aux propriétés des opérations : commutativité, décomposition, associativité (sans forcément nommer la propriété).

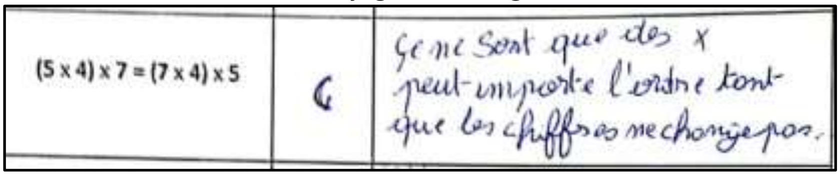
Exemples :



E203 – Item 1 du jugement d'égalité – Pré-test



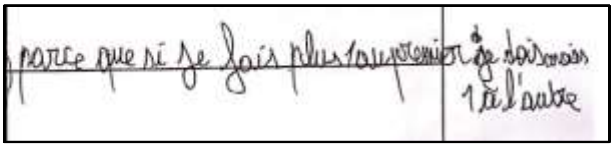
E212 – Item 1 du jugement d'égalité – Pré-test



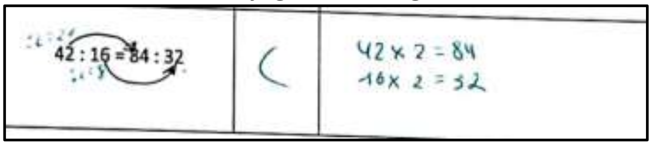
E206 – Item 4 du jugement d'égalité – Post-test

4	PR sans référence au résultat (Relations)	Tout raisonnement qui ne fait pas intervenir la réponse des opérations et qui fait référence aux relations entre les nombres avec le sens de la variation nécessaire en fonction de l'opération mise en jeu.

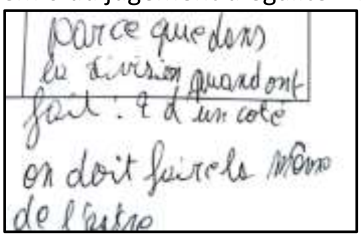
Exemples :



E105 – Item 2 du jugement d'égalité – Post-test



E204 – Item 6 du jugement d'égalité – Post-test

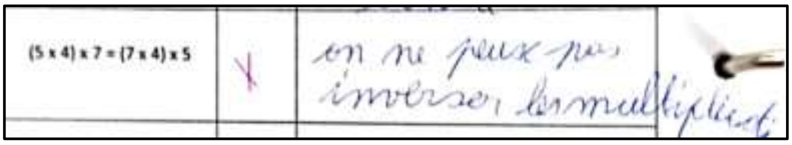


E212 – Item 6 du jugement d'égalité – Post-test différé

0	Absence de réponse/justification	Toute absence de réponse et/ou de justification

7	Réponse incorrecte (erreur de calcul/justification incorrecte)	Tous les raisonnements qui mettent en évidence une erreur de calcul ou une erreur dans la justification.

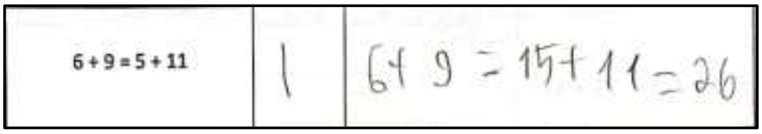
Exemples :



E108 – Item 4 du jugement d'égalité – Post-test

8	Ne tient pas compte du signe « = »	Tout raisonnement qui ne tient pas compte du signe égal au centre de l'égalité : l'élève additionne tous les nombres présents, l'élève réalise une opération en mélangeant les nombres des deux opérations par exemple.

Exemples :



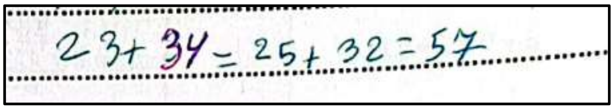
➔ *Ne tient pas compte du 5 et additionne les termes des deux opérations*

E102 – Item 2 du jugement d'égalité – Pré-test

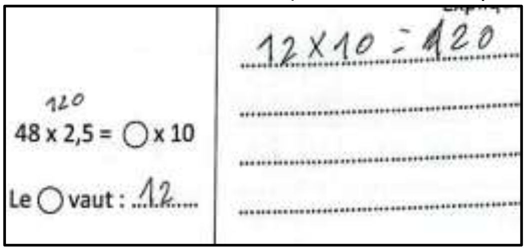
ANNEXE 12 : CRITERES DE CODAGE AVEC EXEMPLES DE LA TACHE DE CALCULS LACUNAIRES (1 NOMBRE MANQUANT)

Critères de codage pour la tâche de calculs lacunaires (1 nombre manquant) avec exemples		
1	Calcul de la réponse (Raisonnement arithmétique)	Tous les raisonnements qui impliquent la réponse des opérations qu'ils soient rédigés sous forme de phrases ou d'opérations, que la réponse soit indiquée clairement ou que le raisonnement implique la prise en compte de la réponse sans la noter.

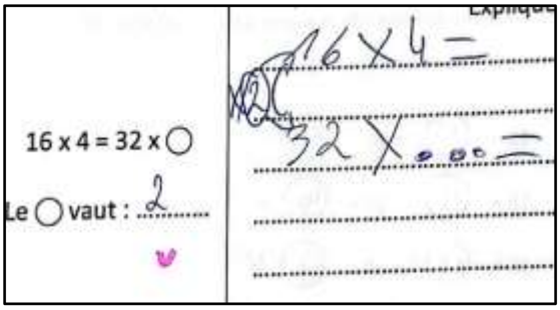
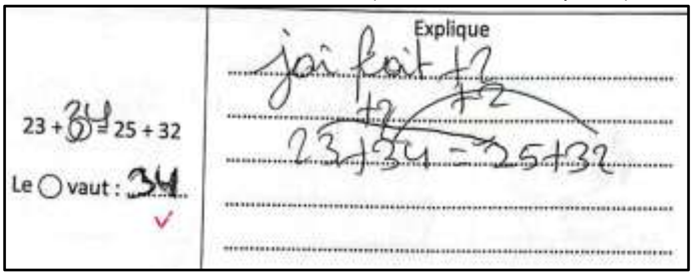
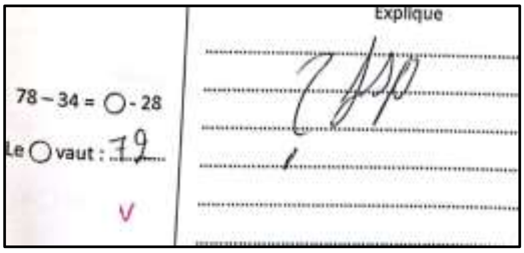
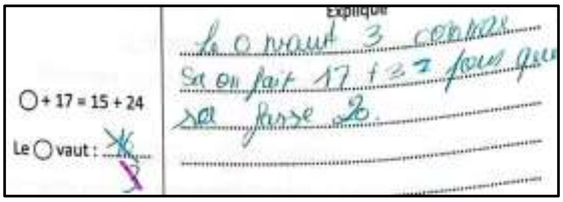
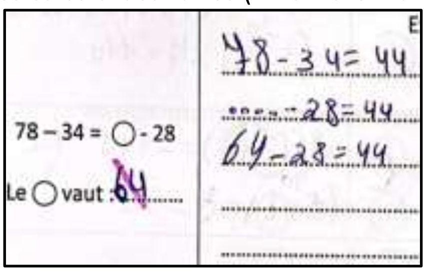
Exemples :



E102 – Item 2 des calculs lacunaires (1 nombre manquant) – Pré-test

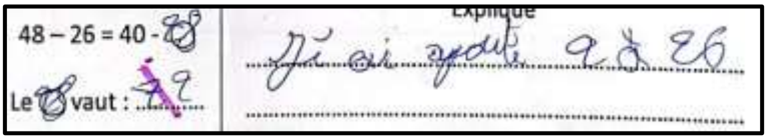


E109 – Item 5 des calculs lacunaires (1 nombre manquant) – Pré-test

<table>
<tr><td>2</td><td>Raisonnement relationnel</td><td>Tous les raisonnements qui font intervenir les relations entre les nombres présents ou les propriétés des opérations.</td></tr>
<tr><td colspan="3">Exemples :

E211 – Item 6 des calculs lacunaires (1 nombre manquant) – Pré-test

E101 - Item 2 des calculs lacunaires (1 nombre manquant) – Post-test</td></tr>
<tr><td>3</td><td>Absence de justification (RC)</td><td>Tout raisonnement impliquant une réponse correcte mais qui n'est pas accompagné d'explication.</td></tr>
<tr><td colspan="3">Exemples :

E212 – Item 3 des calculs lacunaires (1 nombre manquant) – Post-test différé</td></tr>
<tr><td>4</td><td>Réponse erronée</td><td>Tout raisonnement qui aboutit à une réponse incorrecte pour compléter le calcul donné.</td></tr>
<tr><td colspan="3">Exemples :

E104 - – Item 1 des calculs lacunaires (1 nombre manquant) – Pré-test

E204 – Item 2 des calculs lacunaires (1 nombre manquant) – Pré-test</td></tr>
</table>

5	Absence de réponse	Toute absence de réponse de la part de l'élève.
6	Raisonnement relationnel mais avec réponse incorrecte	Tous les raisonnements impliquant une justification mettant en évidence les relations entre les nombres et/ou les propriétés des opérations alors que la réponse donnée est incorrecte en raison d'une erreur de calcul.

Exemples :

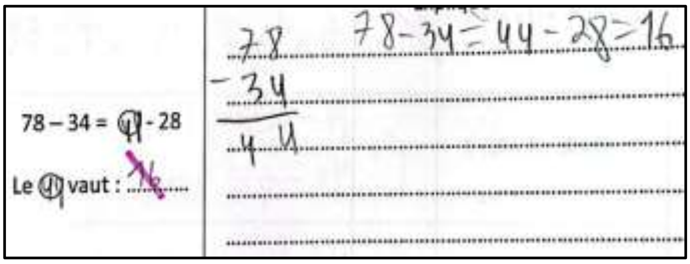


E208 – Item 4 des calculs lacunaires (1 nombre manquant) – Pré-test

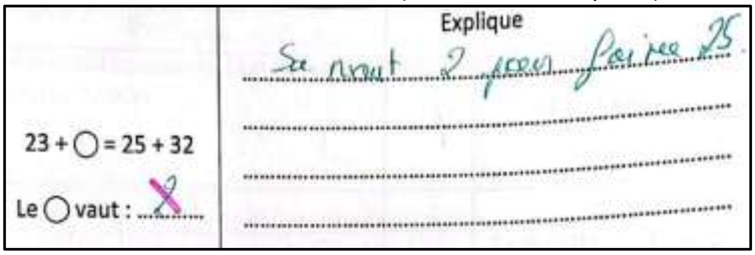
E101 – Item 3 des calculs lacunaires (1 nombre manquant) – Post-test

8	Ne tient pas compte du signe « = »	Tout raisonnement qui ne tient pas compte du signe égal au centre de l'égalité : l'élève additionne tous les nombres présents, l'élève réalise une opération en mélangeant les nombres des deux opérations par exemple.

Exemples :



E103 - Item 3 des calculs lacunaires (1 nombre manquant) – Pré-test

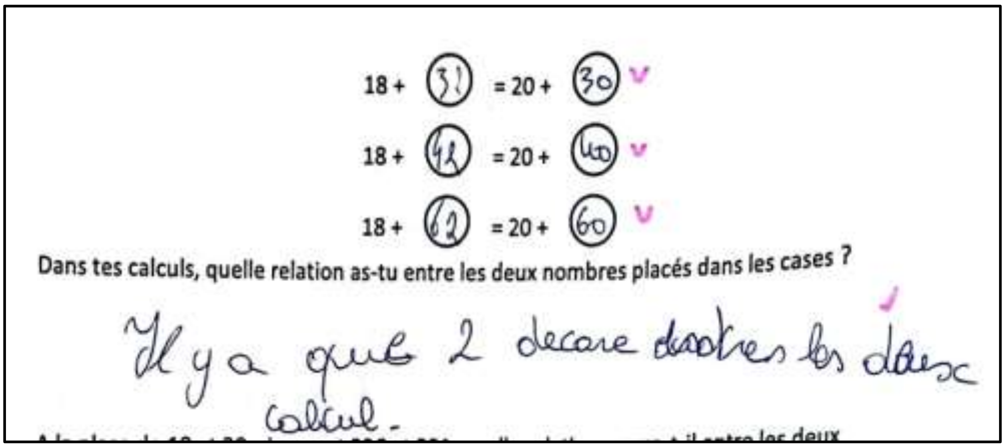


E104 - Item 2 des calculs lacunaires (1 nombre manquant) – Pré-test

ANNEXE 13 : CRITERES DE CODAGE AVEC EXEMPLES DE LA TACHE DE CALCULS LACUNAIRES (2 NOMBRES MANQUANTS)

Critères de codage pour la tâche de calculs lacunaires (2 nombres manquants) avec exemples		
1	Réponse correcte +justification	L'élève complète les 3 égalités correctement et indique le lien entre les nombres dans la justification

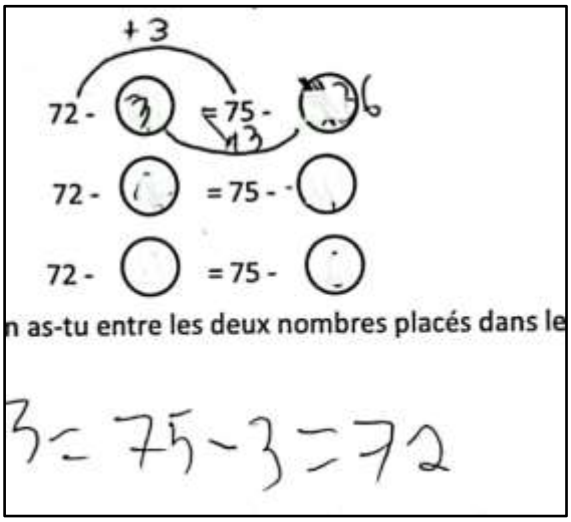
Exemples :



E211 - Item 1 des calculs lacunaires (2 nombres manquants) – Pré-test

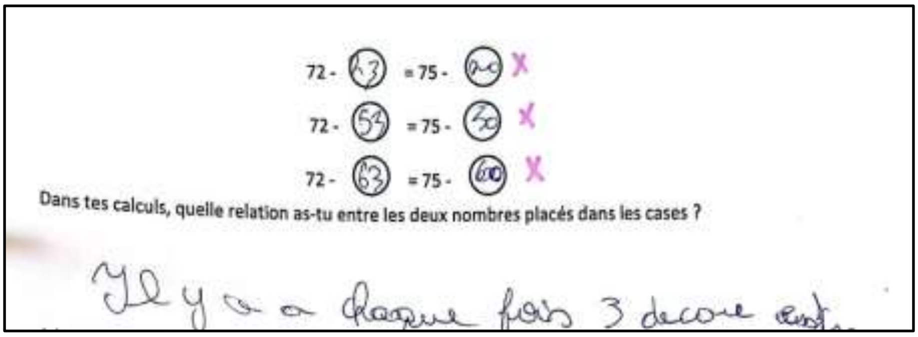
2	Réponse incomplète avec justification correcte	L'élève indique le lien entre les nombres dans la justification mais ne propose pas trois égalités correctes. Il en complète deux ou une, il ne propose rien pour les autres égalités.

Exemples :

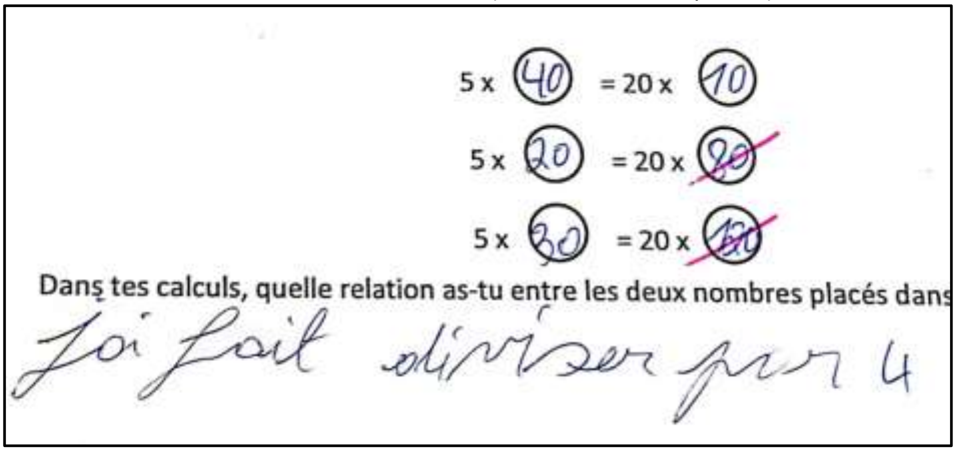


E103 - Item 2 des calculs lacunaires (2 nombres manquants) – Post-test

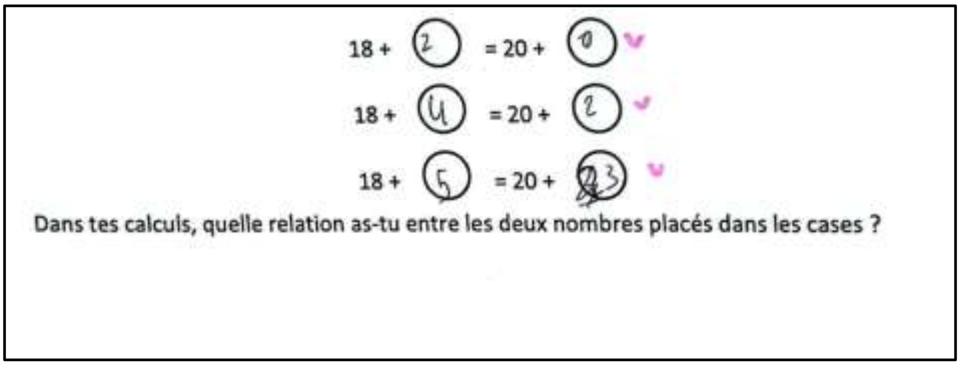
<table>
<tr><td>3</td><td>Réponse incorrecte avec justification correcte.</td><td>L’élève indique le lien entre les nombres dans la justification mais ne propose pas trois égalités correctes. Il complète les trois égalités mais certaines sont incorrectes en raison d’une/de plusieurs erreurs de calcul.</td></tr>
<tr><td colspan="3">Exemples :



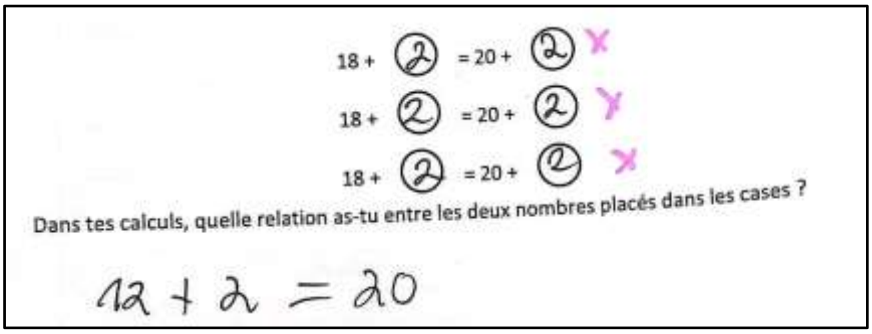
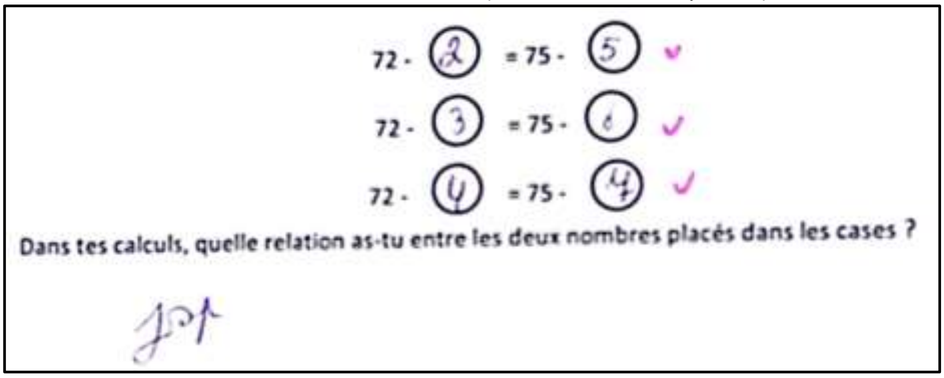
E211 – Item 2 des calculs lacunaires (2 nombres manquants) – Pré-test



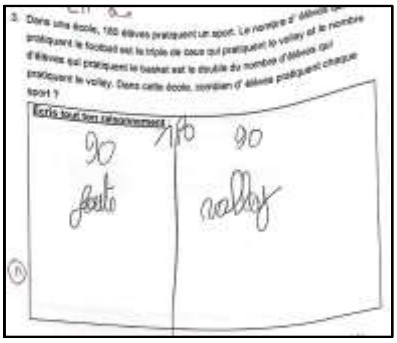
E108 - Item 3 des calculs lacunaires (2 nombres manquants) – Post-test</td></tr>
<tr><td>4</td><td>Réponse correcte sans justification</td><td>L’élève complète les trois égalités correctement mais n’indique pas le lien entre les nombres dans la justification</td></tr>
<tr><td colspan="3">Exemples :



E109 – Item 1 des calculs lacunaires (2 nombres manquants) – Pré-test</td></tr>
</table>

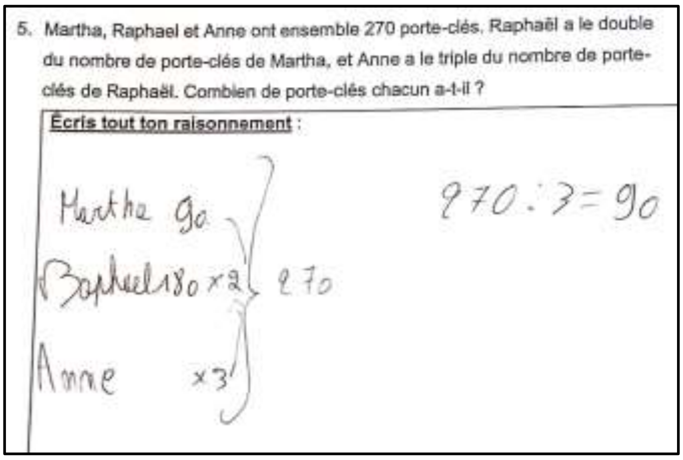
5	Réponse incorrecte sans justification.	L'élève propose des égalités incorrectes et ne justifient pas ses réponses en mettant en avant les relations existant entre les nombres.
Exemples :  E203 – Item 1 des calculs lacunaires (2 nombres manquants) – Pré-test  E204 - Item 2 des calculs lacunaires (2 nombres manquants) – Pré-test		
6	Absence de réponse	L'élève ne répond rien.

ANNEXE 14 : CRITERES DE CODAGE AVEC EXEMPLES DES PROBLEMES DE PARTAGES INEGAUX

Critères de codage pour la tâche de résolution de problèmes de partages inégaux avec exemples		
1	Fait une division uniquement	L'élève divise le total connu par le nombre de personnes/objets et attribue le résultat à un sujet/objet ou à tous les sujets/objets. Cette procédure amène une réponse erronée sauf si la procédure change durant le raisonnement. (Oliveira et Rhéaume, 2014).
Exemples :  E111 – Item 3 des problèmes de partages inégaux – Pré-test		

2	Fait une division puis applique les relations	L'élève divise le total connu par le nombre de sujets/objets présents dans l'énoncé et applique ensuite les relations mises en jeu dans la situation de départ (Oliveira et Rhéaume, 2014).

Exemples :


5. Martha, Raphael et Anne ont ensemble 270 porte-clés. Raphaël a le double du nombre de porte-clés de Martha, et Anne a le triple du nombre de porte-clés de Raphaël. Combien de porte-clés chacun a-t-il ?

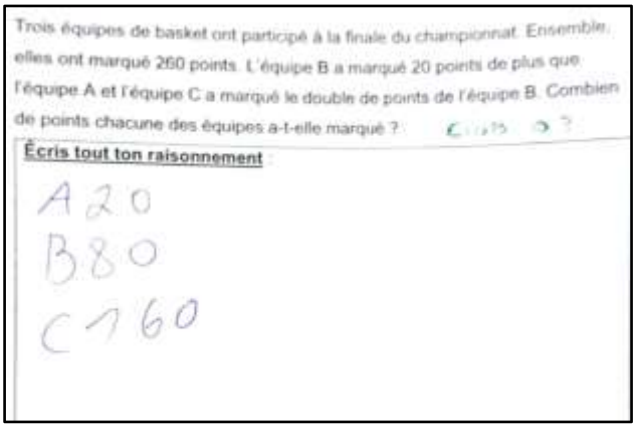
Écris tout ton raisonnement :

Martha 90
Raphael 180 ×2
Anne ×3
270
270 : 3 = 90

E212 – Item 5 des problèmes de partages inégaux – Post-test

3	Essai numérique sans relations	L'élève propose un essai numérique sans faire intervenir les relations entre les nombres et vérifie sa réponse avec le total uniquement.

Exemples :


Trois équipes de basket ont participé à la finale du championnat. Ensemble, elles ont marqué 260 points. L'équipe B a marqué 20 points de plus que l'équipe A et l'équipe C a marqué le double de points de l'équipe B. Combien de points chacune des équipes a-t-elle marqué ?

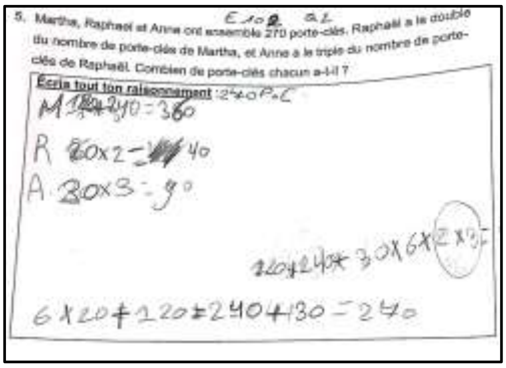
Écris tout ton raisonnement :

A 20
B 80
C 160

E108 – Item 4 des problèmes de partages inégaux – Post-test différé

4	Essai numérique avec relations	L'élève propose un essai numérique en tenant compte des relations qui unissent les différentes quantités cherchées.

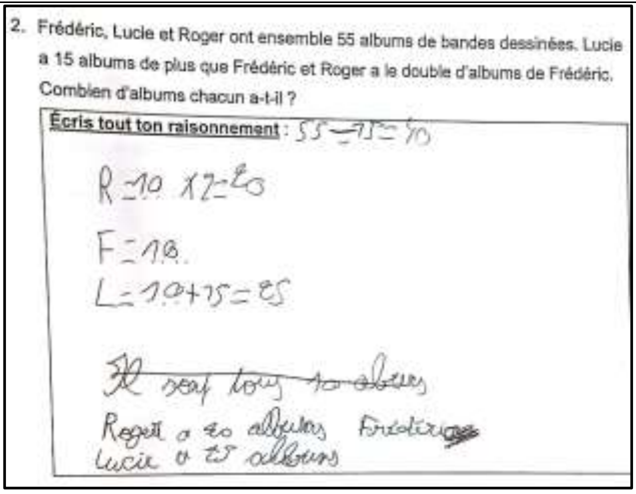
Exemples :


5. Martha, Raphael et Anne ont ensemble 270 porte-clés. Raphaël a le double du nombre de porte-clés de Martha, et Anne a le triple du nombre de porte-clés de Raphaël. Combien de porte-clés chacun a-t-il ?

Écris tout ton raisonnement :

R 20x2 = 40
A 30x3 = 90

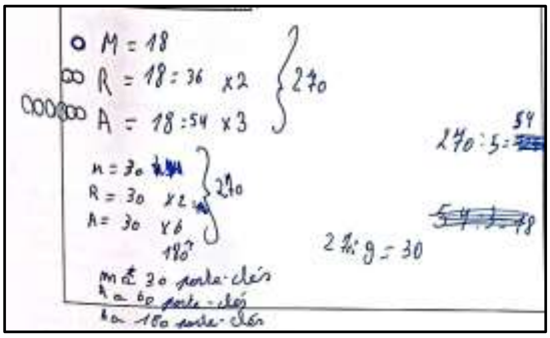
E102 – Item 5 des problèmes de partages inégaux – Post-test



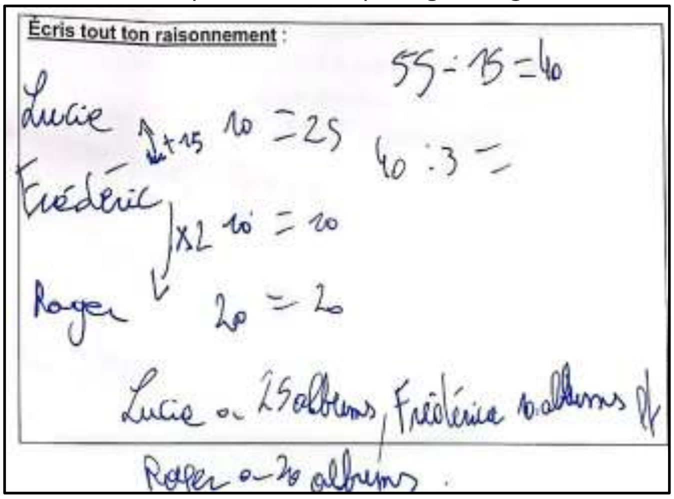
E208 – Item 2 des problèmes de partages inégaux – Post-test

5	Total comme source : opérations+représentation	L'élève présente une représentation globale de la situation (total et relations). Il opère ensuite sur le total pour trouver les quantités cherchées.

Exemples :



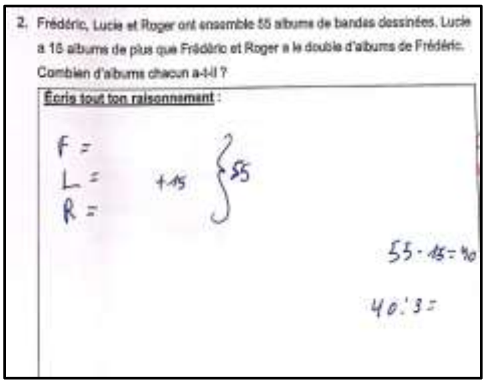
E204 – Item 5 des problèmes de partages inégaux – Post-test



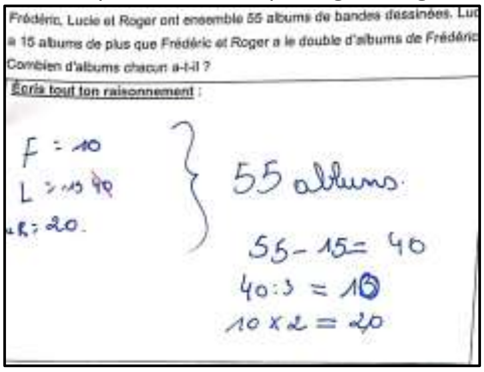
E211 – Item 2 des problèmes de partages inégaux – Post-test différé

6	Total comme source : opération sans représentation	L'élève réalise des opérations à partir du total sans représentation globale de la situation au départ.

Exemples :



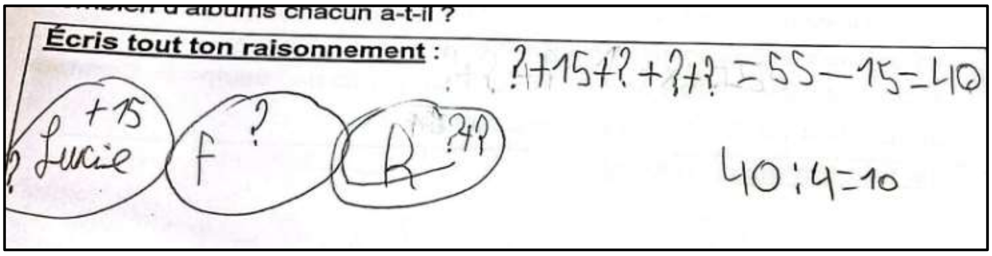
E204 – Item 2 des problèmes de partages inégaux – Post-test



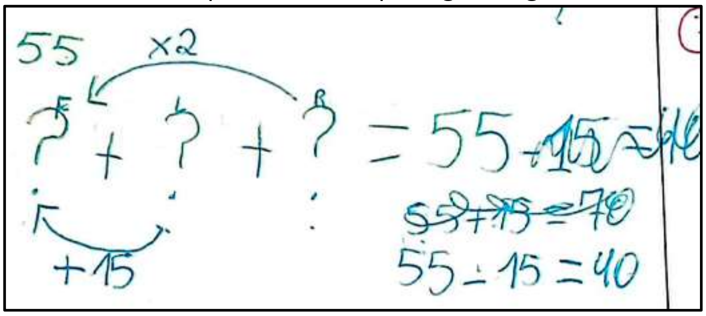
E201 – Item 2 des problèmes de partages inégaux – Post-test différé

7	Algébrique (utilisation de lettres ou symboles)	L'élève utilise des lettres (ou des symboles) pour représenter les inconnues. Il écrit une égalité faisant intervenir à la fois les nombres connus et les nombres inconnus (=équation)

Exemples :



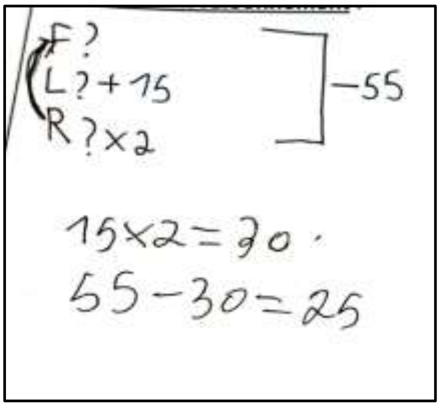
E105 – Item 2 des problèmes de partages inégaux – Post-test



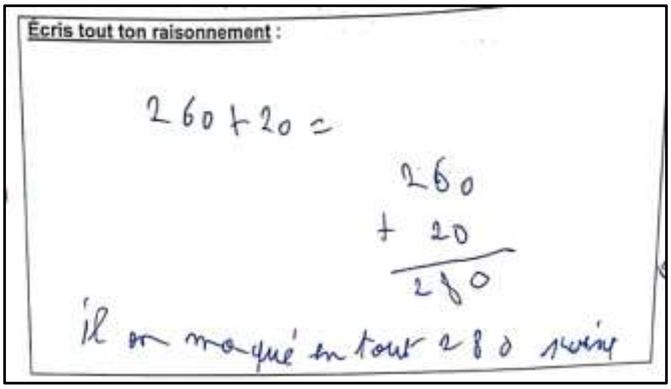
E113 - Item 2 des problèmes de partages inégaux – Post-test

8	Calcul quelconque avec les nombres impliqués (autre qu'une division)	L'élève réalise un calcul en utilisant les nombres impliqués dans la situation sans réaliser de division.

Exemples :



E108 – Item 2 des problèmes de partages inégaux – Post-test



E210 – Item 4 des problèmes de partages inégaux – Pré-test

9	Non identifié/absence de réponse	L'élève ne répond rien ou le raisonnement ne peut être associé à une catégorie précédente.

ANNEXE 15 : TABLEAUX DES RESULTATS POUR LE QUESTIONNAIRE DE JUGEMENT D'EGALITE

	Code	JE - Temps 1	JE - Temps 2	JE - Temps 3
Classe 1	E101	3	4	3
	E102	4	4	4
	E103	3	3	4
	E105	3	5	3
	E106	4	4	4
	E107	2	3	4
	E108	3	3	4
	E109	6	5	6

	Code	JE - Temps 1	JE - Temps 2	JE - Temps 3
Classe 2	E201	3	3	3
	E202	3	3	6
	E203	3	3	2
	E204	4	6	4
	E205	3	3	2
	E206	2	5	4
	E208	0	4	4
	E209	0	4	4
	E210	1	5	4
	E211	1	4	3
	E212	0	2	6

ANNEXE 16 : TABLEAU DES RESULTATS POUR LE QUESTIONNAIRE DE CALCULS LACUNAIRES – PARTIE 1

	Code	CL1 - Temps 1	CL1 - Temps 2	CL1 - Temps 3
Classe 1	E101	2	2	0
	E102	2	5	0
	E103	0	1	2
	E105	1	6	2
	E106	1	2	2
	E107	0	0	0
	E108	1	7	2
	E109	6	5	4
Classe 2	E201	0	0	0
	E202	0	3	3
	E203	0	2	1
	E204	2	6	4
	E205	0	0	0
	E206	3	6	3
	E208	0	4	2
	E209	0	2	3
	E210	0	0	0
	E211	4	7	2
	E212	5	8	6

ANNEXE 17 : TABLEAU DE RESULTATS POUR LE QUESTIONNAIRE DE CALCULS LACUNAIRES – PARTIE 2

	Code	CL2 - Temps 1	CL2 -Temps 2	CL2 - Temps 3
Classe 1	E101	3	6	0
	E102	3	9	5
	E103	2	4	3
	E105	0	6	0
	E106	0	10	0
	E107	0	4	2
	E108	0	10	9
	E109	9	9	9
Classe 2	E201	0	6	0
	E202	0	12	3
	E203	0	9	1
	E204	6	8	7
	E205	0	0	0
	E206	0	1	2
	E208	6	8	6
	E209	0	12	3
	E210	0	10	1
	E211	3	12	3
	E212	0	12	9

ANNEXE 18 : TABLEAU DE RESULTATS POUR LE QUESTIONNAIRE DE PROBLEMES DE PARTAGES INEGAUX

	Code	PI - temps 1	PI - Temps 2	PI -Temps 3
Classe 1	E102	0	1	0
	E107	0	0	0
	E108	0	4	2
	E109	0	3	3
	E110	1	5	1
	E111	0	0	0
	E113	0	2	1
Classe 2	E201	0	0	1
	E203	0	0	0
	E204	0	4	0
	E205	0	0	0
	E208	0	2	1
	E209	0	0	2
	E210	0	0	0
	E211	1	7	4
	E212	1	2	0
	E213	0	2	0

ANNEXE 19 : TABLEAU DES RAISONNEMENTS CODES POUR LE QUESTIONNAIRE DE JUGEMENT D'EGALITE

- **Critères de codage et Items du questionnaire**

Questionnaire – partie « jugement égalité »	
Calcul de la réponse (raisonnement arithmétique)	1
PR après calcul de la réponse	2
PR sans référence au résultat – propriétés fondamentales des opérations	3
PR sans référence au résultat – Relation entre les nombres	4
Absence de réponse/de justification	0
Réponse incorrecte (erreur de calcul durant le raisonnement / justification incorrecte)	7
Ne tient pas compte du signe =	8

Items	
9 + 7 = 7 + 9	JE-1
6 + 9 = 5 + 11	JE-2
12 – (9 - 2) = (12 – 9) + 2	JE-3
(5 x 4) x 7 = (7 x 4) x 5	JE-4
8 + (3 x 8) = (5 x 8) – 8	JE-5
42 : 16 = 84 : 32	JE-6

➢ Tableau des codages des raisonnements par élève

Code	JE-1	JE-2	JE-3	JE-4	JE-5	JE-6	JE-1	JE-2	JE-3	JE-4	JE-5	JE-6	JE-1	JE-2	JE-3	JE-4	JE-5	JE-6
E101	1	1	1	7	7	0	3	1	0	7	0	0	1	1	0	1	7	7
E102	3	1	7	7	7	0	7	1	7	0	0	0	0	0	0	0	0	0
E103	8	8	8	8	8	0	8	8	0	7	0	7	0	0	0	0	0	0
E105	1	0	0	0	0	0	3	4	0	1	1	0	3	1	0	0	1	0
E106	1	1	0	0	0	0	3	1	1	1	7	0	3	1	1	7	1	0
E107	1	8	8	0	0	0	7	4	7	3	7	7	1	1	7	1	1	7
E108	1	0	0	1	0	0	3	4	0	7	7	0	3	1	1	0	0	1
E109	1	1	1	1	7	1	2	1	1	1	1	7	1	1	1	1	1	1
E201	0	0	0	1	0	0	0	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
E202	3	1	7	7	1	7	3	7	7	3	7	7	3	1	2	2	1	1
E203	3	7	1	1	0	0	1	1	1	7	7	0	3	7	0	0	0	0
E204	1	1	7	1	1	7	1	1	1	1	1	4	1	1	1	7	1	0
E205	1	1	7	0	1	0	1	1	7	7	1	0	1	1	7	0	0	0
E206	1	1	7	0	7	0	3	1	1	3	7	0	1	7	1	7	1	0
E208	3	1	1	1	1	0	0	4	0	0	7	0	3	0	0	3	7	0
E209	3	1	7	3	0	0	3	1	1	0	0	0	3	1	0	0	0	0
E210	3	1	1	0	0	0	0	1	0	0	7	0	0	0	0	7	0	0
E211	1	1	1	0	0	0	3	7	1	3	7	4	0	0	0	7	7	0
E212	3	7	0	0	0	0	3	7	0	0	0	4	3	0	0	0	0	4

ANNEXE 20 : TABLEAU DES RAISONNEMENTS CODES POUR LE QUESTIONNAIRE DE CALCULS LACUNAIRES (1 NOMBRE MANQUANT)

➢ Critères de codage et Items du questionnaire

Questionnaire – partie opération lacunaire 1	
Calcul de la réponse (raisonnement arithmétique)	1
Raisonnement relationnel	2
Absence de justification	3
Réponse erronée	4
Absence de réponse	5
Ne tient pas compte du signe =	8
Réponse erronée mais justification relationnelle	6

CL1	◯ + 17 = 15 + 24
CL2	23 + ◯ = 25 + 32
CL3	78 – 34 = ◯ - 28
CL4	48 – 26 = 40 - ◯
CL5	48 x 2,5 = ◯ x 10
CL6	16 x 4 = 32 x ◯
CL7	3 : 4 = 15 : ◯
CL8	12 : 6 = ◯ : 0,6

➢ **Tableau des codages des raisonnements par élève**

Code	**CL1**	**CL2**	**CL3**	**CL4**	**CL5**	**CL6**	**CL7**	**CL8**	**CL1**	**CL2**	**CL3**	**CL4**	**CL5**	**CL6**	**CL7**	**CL8**	**CL1**	**CL2**	**CL3**	**CL4**	**CL5**	**CL6**	**CL7**	**CL8**
E101	1	1	4	4	4	5	5	5	6	2	6	6	4	2	6	5	4	4	4	4	4	4	4	4
E102	1	1	4	4	5	5	5	5	2	6	2	6	2	2	6	2	5	5	5	5	5	5	5	5
E103	4	4	8	8	8	8	8	8	8	8	8	1	4	6	6	6	3	3	4	4	5	5	5	4
E105	3	4	5	5	5	4	5	5	2	2	2	2	2	5	2	5	3	3	4	5	5	5	5	5
E106	4	4	1	4	5	5	5	5	2	2	6	6	6	6	6	6	3	3	4	4	5	5	5	5
E107	5	5	5	5	4	4	5	5	6	4	8	4	6	6	6	6	1	1	8	8	8	8	8	8
E108	3	5	5	5	5	5	5	5	2	6	2	2	2	2	2	2	1	1	1	5	5	5	5	5
E109	1	1	8	1	1	1	1	4	6	6	2	2	2	6	2	2	2	6	6	2	2	6	2	4
E201	4	8	8	5	5	5	5	5	6	6	6	6	4	4	5	5	8	8	8	4	5	5	5	5
E202	5	5	5	5	5	5	5	5	1	2	6	4	4	2	4	4	1	1	1	4	1	1	4	4
E203	5	5	5	5	5	5	5	5	2	2	4	4	5	5	5	5	3	5	5	5	5	5	5	5
E204	1	1	4	1	5	5	5	5	1	1	4	1	2	1	5	1	1	1	4	1	5	5	5	1
E205	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	8	5	5	5	5	5	5	5
E206	1	1	4	1	4	4	4	4	1	1	1	4	1	1	4	1	1	1	1	1	5	5	5	5
E208	1	4	4	6	5	5	5	5	2	4	2	2	4	2	4	4	2	2	4	4	5	2	5	5
E209	5	5	5	5	5	5	5	5	1	4	4	4	4	3	4	4	1	1	5	5	5	1	4	5
E210	5	8	8	5	5	5	5	5	5	4	8	4	8	5	5	5	8	8	8	8	5	8	5	5
E211	1	1	4	1	5	2	5	6	1	1	2	2	2	2	2	6	3	3	4	4	5	5	5	5
E212	1	1	1	1	5	5	5	2	2	2	2	2	2	2	2	2	6	6	3	3	3	3	3	3

ANNEXE 21 : TABLEAU DES RAISONNEMENTS CODES POUR LE QUESTIONNAIRE DE CALCULS LACUNAIRES (2NOMBRES MANQUANTS)

Code	GROUPE	Sexe	Addition	Soustr.	Multi.	Division	Addition	Soustr.	Multi.	Division	Addition	Soustr.	Multi.	Division
E101	1	1	1	5	6	6	1	1	5	5	5	5	5	5
E102	1	1	4	6	6	6	1	1	1	6	4	4	6	6
E103	1	0	5	5	5	5	1	2	6	5	6	4	5	5
E105	1	0	6	6	6	6	1	1	5	5	6	6	6	6
E106	1	1	6	6	6	6	1	1	3	1	6	6	6	6
E107	1	0	5	5	5	6	4	5	5	5	4	5	5	5
E108	1	1	6	6	6	6	4	1	3	1	4	4	4	6
E109	1	1	4	4	4	5	1	1	1	3	4	4	4	5
E201	2	1	6	6	6	6	5	5	5	6	5	5	5	5
E202	2	1	6	6	6	6	1	1	1	1	4	5	6	6
E203	2	0	5	6	6	6	4	1	5	5	2	6	6	6
E204	2	0	4	4	5	6	3	4	4	4	4	4	5	6
E205	2	0	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
E206	2	1	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
E208	2	0	4	5	5	6	1	1	5	5	4	5	5	6
E209	2	0	6	6	6	6	1	1	1	1	5	6	6	6
E210	2	1	6	6	6	6	1	3	3	1	5	5	5	5
E211	2	1	1	3	6	6	1	1	1	1	1	1	6	6
E212	2	0	6	6	6	6	1	1	1	1	5	4	4	4

ANNEXE 22 : TABLEAU DES RAISONNEMENTS CODES POUR LES PROBLEMES DE PARTAGES INEGAUX

Code	codP2	codP3	codP4	codP5	codP6	codP2	codP3	codP4	codP5	codP6	codP2	codP3	codP4	codP5	codP6
E102	8	9	9	9	9	9	9	9	4	7	9	9	9	9	9
E107	9	9	9	9	9	8	9	9	1	9	3	8	8	8	1
E108	9	9	9	9	9	8	5	5	9	9	9	2	3	9	9
E109	6	1	6	9	9	3	2	5	2	5	5	5	5	5	9
E110	8	2	9	3	3	5	5	5	5	5	2	2	2	2	9
E111	8	1	1	9	3	8	1	2	2	2	2	1	9	2	2
E113	6	9	9	9	6	7	9	9	2	7	3	2	9	2	9
E201	2	9	8	9	9	2	9	2	2	4	6	9	9	2	1
E203	1	9	9	9	9	5	9	5	9	9	9	8	9	9	9
E204	9	9	9	9	9	6	9	9	5	5	9	9	3	9	9
E205	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	1	9	9	9	9
E208	8	9	1	9	9	4	4	9	4	9	8	1	8	2	8
E209	9	9	8	9	2	9	2	8	2	1	9	2	9	2	6
E210	5	9	8	8	8	9	1	3	3	9	8	8	9	9	5
E211	6	1	9	9	9	5	5	5	5	5	5	9	9	9	6
E212	8	1	9	9	9	5	5	5	2	5	1	9	9	1	1
E213	8	9	9	9	9	5	5	5	2	5	9	9	9	9	3