

Remerciements

Je tiens à exprimer ma vive reconnaissance envers Monsieur le Professeur Michel Pirotton, promoteur de ce travail, et envers Monsieur Benjamin Dewals, pour toutes les heures qu'ils m'ont consacrées, pour l'intérêt qu'ils ont porté à mes développements et pour leurs encouragements constants. Dès le début et tout au long des rebondissements de ce travail, j'ai eu le sentiment d'avoir été aiguillé de main de maître. Leur investissement dans ce travail ne s'est pas limité aux séances de rapport dédiées à faire le point sur l'état d'avancement, ce pour quoi je les remercie tout particulièrement ; et ces remerciements s'adressent également à Monsieur Pierre Archambeau. Je souhaite remercier Monsieur Bruno Khuat Duy et Monsieur le Professeur Alain Dassargues d'avoir accepté de faire partie du jury. Monsieur Khuat Duy a également eu la gentillesse d'apporter des remarques sur le contenu de ce travail, ce qui m'a permis d'y apporter différentes améliorations et je l'en remercie. Enfin, merci à mon frère Christophe pour le « soutien logistique » : grâce à son ordinateur, j'ai pu disposer d'un processeur efficace pour la réalisation de mes interminables simulations numériques.

Frédéric Stilmant

Juin 2011

Ecoulement consécutif à une rupture de digue :

modèle de complexité réduite

Travail de fin d'études
réalisé en vue de l'obtention du grade
de master en Ingénieur Civil des Constructions
par Frédéric STILMANT

Année académique 2010-2011

Dikes or protection walls are important parts of flood protection measures and their breaking can lead to damage in the floodplain they are supposed to protect. In such a case, the discharge through the breach is a fundamental parameter that influences the static impact of the dike break. In a risk assesment, various scenarios should be taken into account, following a probabilistic approach, which gives sense to the development of a simplified model able to evaluate the discharge through a breach in different configurations (flow conditions, size of the breach).

The proposed model is conceived as a control volume on which continuity and momentum equations are applied. The set of equations on which the model rests are the shallow-water equations, assuming hydrostatic pressure and constant velocity profiles over depth. ROGER, DEWALS et al. (2009) found that these depth-averaged equations were able to reproduce the main characteristics of the flow but were insufficient to simulate the flow split accurately (breach discharge underestimated by 10%). However, the simplicity of these equations made it possible to derive a procedure to evaluate the complete flow conditions on the critical section that appears in the breach (water depth, unit discharge and flow direction). Implemented in the simplified model, this procedure proved to reproduce results obtained by 2D-simulations with a good precision.

In order to improve the accuracy of 2D-simulations, the implementation of a BOUSSINESQ model is also discussed, starting from the equilibrium that takes place in the hydrostatic stationary state. This model seems to be an interesting solution to the underestimation of the breach discharge.

Écoulement consécutif à une rupture de digue : modèle de complexité réduite

Travail de fin d'études
réalisé en vue de l'obtention du grade
de master en Ingénieur Civil des Constructions
par Frédéric STILMANT

Année académique 2010-2011

Les digues et murs de protections sont des dispositifs essentiels pour la prévention des inondations et leur défaillance peut conduire à des dégâts dans la plaine inondable qu'ils sont supposés protéger. Dans ce cas, le débit passant par la brèche est le paramètre fondamental qui influence l'impact statique d'une rupture de digue. Pour une estimation du risque correspondant selon une approche probabiliste, de nombreux scénarios devraient être pris en considération, ce qui justifie le développement d'un modèle simplifié capable d'évaluer le débit passant par une brèche dans différentes situations (conditions d'écoulement, taille de la brèche).

Le modèle proposé ici est conçu comme un volume de contrôle, pour lequel on dispose des équations de continuité et de quantité de mouvement. Le modèle mathématique utilisé est celui des *shallow-water equations*, qui supposent une pression hydrostatique et des profils de vitesses uniformes sur la hauteur de l'écoulement. ROGER, DEWALS et al. (2009) ont montré que ce modèle est capable de reproduire le comportement de base de l'écoulement mais fait défaut pour une estimation précise du fractionnement du débit (les débits passant par la brèche sont sous-estimés de 10%). Cependant, la simplicité du système d'équation a rendu possible l'établissement d'une procédure permettant d'évaluer entièrement les conditions d'écoulement (hauteurs, débits spécifiques et directions) sur la section critique qui s'établit au travers de la brèche. Incorporée au modèle simplifié, cette procédure permet de reproduire les résultats numériques 2D avec une bonne précision.

Afin d'améliorer la précision des simulations numériques 2D, le recours à un modèle de BOUSSINESQ est également discutée en partant de l'équilibre qui s'établit dans l'état stationnaire hydrostatique. Ce modèle s'avère être une solution intéressante au problème de la sous-estimation du débit passant par la brèche.

Table des matières

1	Introduction	7
1.1	L'étude des écoulements consécutifs à une rupture de digue	7
1.2	Utilité des modèles simplifiés	10
1.3	Délimitation du travail	11
2	Données de référence	13
2.1	Dispositif expérimental de l'IWW-RWTH	13
2.1.1	Objectifs poursuivis	13
2.1.2	Modèle réduit	14
2.2	Grandeurs fondamentales	16
2.3	Synthèse	18
3	Modélisation numérique 2D hydrostatique	20
3.1	Description du logiciel WOLF 2D	20
3.1.1	Modèle mathématique	20
3.1.2	Modèle numérique	22
3.2	Aptitude du logiciel à reproduire l'écoulement consécutif à une rupture de digue	23
3.2.1	Introduction	23
3.2.2	Principaux enseignements	25
3.3	Description des simulations utilisées pour l'établissement et la vérification du modèle de complexité réduite	27
3.3.1	Configurations	27
3.3.2	Bref aperçu des résultats	29
3.4	synthèse	30
4	Développement d'un modèle concentré hydrostatique	32
4.1	Introduction	32
4.2	Propriétés intéressantes de la section critique	35
4.2.1	Conservation de l'énergie sur la section critique	36

4.2.2	Relation entre direction de l'écoulement et forme de la section critique	38
4.2.3	Forme de la section critique	40
4.3	Définition d'une zone d'influence de la brèche dans le canal	42
4.3.1	Equation de quantité de mouvement transversale	43
4.3.2	Equation de quantité de mouvement axiale	46
4.4	Etablissement des équations du modèle concentré	48
4.4.1	Intégrales curvilignes sur les frontières rectilignes	49
4.4.2	Intégrales curvilignes sur la section critique	49
4.4.3	Synthèse des équations	51
4.5	Calage de coefficients empiriques	52
4.5.1	Profils de hauteurs d'eau le long des parois	52
4.5.2	Forme de la section critique	53
4.6	Synthèse	55
5	Détermination de la direction de l'écoulement sur la section critique par une approche énergétique	56
5.1	Principe	56
5.2	Discussion de l'approche	61
5.3	Discussion des résultats	62
5.3.1	Profils de $\theta(x)$	63
5.3.2	Valeurs de $\ \vec{\nabla}h\ /h$	66
5.3.3	Valeurs des coefficients χ_b , χ_{bx} et χ_{by}	66
5.4	Synthèse	69
6	Evaluation du modèle concentré hydrostatique	70
6.1	Résolution des équations du modèle concentré	70
6.1.1	Principe de résolution	70
6.1.2	Existence et unicité de la solution	71
6.2	Analyse des résultats	73
6.3	Synthèse	75
7	Perspective 1 : Modèle de BOUSSINESQ	76
7.1	Introduction	76
7.2	Modèle mathématique	78
7.3	Contributions des termes de BOUSSINESQ aux résultats hydrostatiques	81
7.3.1	Mise sous forme adimensionnelle	81
7.3.2	Importance relative par rapport aux termes convectifs	83
7.3.3	Influence sur les résultats hydrostatiques	84
7.4	Synthèse	90

8	Perspective 2 : Extensions du modèle concentré vers des applications plus réalistes	91
8.1	Application à des géométries plus réalistes	91
8.2	Prise en compte d'une pente de fond et de frottement	95
8.3	Extension à l'instationnaire	97
9	Conclusions	100
9.1	Contexte et hypothèses de travail	100
9.2	Caractéristiques essentielles du modèle concentré	101
9.3	Perspectives	102

Chapitre 1

Introduction

1.1 L'étude des écoulements consécutifs à une rupture de digue

Le présent travail s'intéresse aux écoulements qui surviennent après l'ouverture d'une brèche dans une digue ou un mur protégeant la plaine inondable d'un cours d'eau. Il s'inscrit dans la continuité de recherches (ROGER, DEWALS et al., 2009, 2010) menées conjointement par l'*Institut d'Hydraulique et de Gestion des Ressources en Eau*¹ (IWW) de l'Université d'Aix-la-Chapelle² (RWTH Aachen, Allemagne) et de l'unité de recherche d'*Hydrologie, Hydraulique Appliquée et Constructions Hydrauliques* (HACH) de l'Université de Liège (ULg).

Ces références, ainsi que d'autres (BRIECHLE, 2006; ROGER, BÜSSE et KÖNGETER, 2006), soulignent l'importance d'une bonne compréhension des écoulements consécutifs à une rupture de digue pour une bonne estimation des conséquences liées à une telle défaillance. En effet, en Europe, des fleuves tels que le Rhin ou le Rhone sont bordés de digues de protection contre les crues sur des centaines de kilomètres. De nombreuses villes sont soumises à l'aléa d'inondation et certaines se munissent de dispositifs anti-crue démontables. Des ruptures de digues lors de situations de crues récentes montrent que ces mesures de protection restent vulnérables. En ce qui concerne les dispositifs anti-crue démontables, des risques de défaillance liés notamment au faible temps disponible pour leur mise en place sont également mis en avant (LIEM et KÖNGETER, 1999).

Toutefois, les études actuellement disponibles sont considérées comme insuffisantes (notamment en comparaison de la bonne connaissance des écoulements survenant à la suite d'une rupture de barrage) et le nombre de mesures ayant pu être effectuées en situation réelle de rupture de digue est très restreint, car ces

1. *Institut für Wasserbau und Wasserwirtschaft*

2. *Rheinisch-Westfälische Technische Hochschule Aachen*

événements sont difficilement prévisibles et dangereux (ROGER, DEWALS et al., 2010).

ROGER, DEWALS et al. (2009, 2010) ont donc étudié les écoulements consécutifs à une rupture de digue en suivant une approche *hybride*. Le principe de cette démarche, qui allie résultats expérimentaux et simulations numériques, est de construire un modèle réduit de la situation étudiée et d'utiliser les données expérimentales ainsi collectées pour vérifier la capacité d'un modèle numérique à reproduire cet écoulement : après cette étape de validation, le modèle numérique peut être appliqué pour simuler des écoulements qui prennent place dans des échelles d'espace et de temps plus grandes.

Si l'étude des écoulements consécutifs à une rupture de digue est menée dans la perspective d'une analyse de risque, sur quels aspects de ces écoulements l'étude devrait-elle se focaliser ? La réponse est double (BRIECHLE, 2006; ROGER, DEWALS et al., 2009). Dans la plaine inondable vue dans son ensemble, les dégâts sont liés à une montée d'eau dont l'ampleur est déterminée par le *débit passant par la brèche*. L'importante superficie de la plaine inondable fait en sorte que le niveau de l'eau monte lentement et on parle donc d'*impact statique*. A proximité de la brèche par contre, là où l'écoulement est très énergétique, les dégâts sont plutôt liés à un *impact dynamique*, pour l'estimation duquel les *champs de vitesses et de hauteurs d'eau* sont les grandeurs déterminantes. La Table 1.1 donne un aperçu de ces différences.

	Impact statique	Impact dynamique
Source des dégâts	Débit passant par la brèche	Champs de vitesses et de hauteurs d'eau
Echelle spatiale	Ensemble de la plaine inondable	Zone au voisinage de la brèche
Echelle temporelle	Durée comprise entre la rupture de la digue et la fin de la crue	Premiers instants après la rupture de la digue

TABLE 1.1 – Impacts d'une rupture de digue protégeant une plaine inondable

Les travaux de ROGER, DEWALS et al. (2009, 2010) ont suivi l'orientation *impact statique* et la démarche hybride a donc été appliquée dans le but de valider le calcul numérique du débit passant par une brèche³. C'est donc aussi cette orientation qui a été donnée au présent travail. Cependant, quelques commentaires sur les 2 types d'impacts sont nécessaires pour mettre en avant les principales caractéristiques des écoulements consécutifs à une rupture de digue et pour les distinguer de problèmes analogues.

3. Pour une démarche hybride suivant l'optique *impact dynamique*, on peut se référer à ROGER, BÜSSE et KÖNGETER (2006)

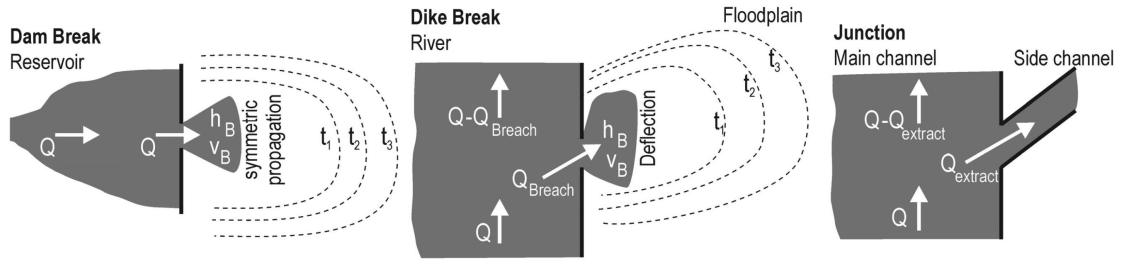


FIGURE 1.1 – Distinction des ruptures de digues vis-à-vis de problèmes similaires, d’après ROGER, DEWALS et al. (2010)

Dans le cas de l’*impact dynamique* d’une rupture de digue, le problème est typiquement abordé de façon similaire à celui d’une rupture de barrage⁴. Plusieurs différences existent cependant entre les écoulements consécutifs à une rupture de digue et une rupture de barrage (BRIECHLE, 2006), ce qui implique qu’il s’agit là de 2 problèmes distincts (voir Figure 1.1). Tout d’abord, un réservoir de barrage se vide, alors qu’un cours d’eau en crue est en permanence alimenté par un important débit, ce qui entraîne l’apparition d’un *état stationnaire*. Ensuite, l’écoulement traversant la brèche d’un barrage est orienté perpendiculairement au barrage, alors que l’écoulement traversant la brèche d’une digue subit une *déviaton* du fait de l’existence d’une quantité de mouvement parallèle à la brèche. Enfin, un barrage est généralement installé en travers d’une vallée dont les flancs canalisent l’écoulement qui se propagerait en cas de défaillance de l’ouvrage, alors qu’une digue sert généralement à protéger de larges étendues planes : une approche 1D, telle qu’utilisée dans des modèles simples de ruptures de barrage (RITTER, STOKER, etc.), n’a donc pas de sens dans le cas d’une rupture de digue.

Pour l’étude de l’*impact statique* d’une rupture de digue, c’est la connaissance du débit passant par la brèche qui a un intérêt, et ce sur une échelle de temps assez longue (Table 1.1). Si le débit alimentant le cours d’eau en crue n’évolue pas trop rapidement, alors le débit passant par la brèche est pratiquement stationnaire. Il n’est en tous cas pas influencé par la configuration de la plaine inondable puisque l’écoulement qui franchit la brèche y passe du régime infracritique (nombre de FROUDE $Fr < 1$) à un régime supercritique ($Fr > 1$). Ce raisonnement est valable tant que le niveau d’eau dans la plaine reste inférieur à la hauteur critique de l’écoulement au droit de la brèche : dans le cas de plaines inondables à faible superficie et de crues longues, la dynamique de l’écoulement au niveau de la brèche pourrait donc finir par être modifiée (KAMRATH, KÖNGETER et al., 2006).

Cette dernière remarque mise à part, la détermination du débit passant par la

4. C’est en partant d’un modèle de RITTER que BRIECHLE (2006) a par exemple développé un modèle analytique de l’évolution du champ de hauteurs d’eau à proximité d’une brèche de digue.

brèche semble *a priori* une tâche simple dans la mesure où il s'agit d'une grandeur *intégrée* et non pas d'une grandeur distribuée spatialement. D'ailleurs, le fractionnement du débit qui s'opère au niveau d'une brèche est une situation semblable au fractionnement du débit au niveau d'un déversoir latéral ou d'un embranchement de canal par exemple (Figure 1.1. Cependant, même des modèles numériques 2D relativement élaborés et couramment appliqués pour le calcul d'inondations en cas de débordements de rivières ne parviennent pas à calculer de façon exacte le débit passant par une brèche (les conclusions des études de ROGER, DEWALS et al. (2009, 2010) sont détaillées plus loin). Même dans sa phase stationnaire, ce type d'écoulement est un écoulement complexe, principalement du fait de son caractère tridimensionnel et des importants gradients et courbures de sa surface libre (ROGER, DEWALS et al., 2010).

Par conséquent, l'étude des écoulements consécutifs à une rupture de digue est bien justifiée, du fait de son importance pratique mais aussi de la relative complexité de ces écoulements.

1.2 Utilité des modèles simplifiés

La rupture d'une digue ou la défaillance d'un dispositif anti-crue sont des événements peu prévisibles. L'établissement d'un scénario de rupture pour l'estimation des conséquences d'un tel phénomène suscite donc de nombreuses questions : A quel endroit se forme la brèche et sur quelle largeur ? Quels sont les conditions d'écoulement dans le cours d'eau au moment de la rupture ? La rupture survient-elle au début de la crue ou après le pic de crue ? La meilleure connaissance que l'on puisse avoir des réponses à ces questions est généralement de type probabiliste. Dès lors, une estimation raisonnable des conséquences d'une rupture de digue demande le calcul d'une multitude de scénarios différents, ce qui représente une tâche conséquente avec les moyens de calculs classiques (modèles numériques 2D) pour lesquels la simulation d'un seul scénario représente déjà un coût de calcul non négligeable.

Dans le même ordre d'idée, des analyses de sensibilité peuvent vouloir être menées, afin d'étudier l'influence de certains paramètres sur les résultats. Là aussi, les scénarios se multiplient.

La substitution d'un modèle de calcul simplifié à un modèle de calcul plus complexe est une bonne solution à ce problème, mais elle s'accompagne d'une perte de précision. Cependant, si le modèle simplifié est capable de prendre correctement en compte les principales caractéristiques du phénomène simulé et que son défaut de précision s'en trouve ainsi limité à un niveau acceptable, son avantage en terme de coût de calcul le rend nettement plus approprié pour des applications où le

calcul répété de nombreuses variantes est nécessaire.

Le recours à des modèles simplifiés est une pratique courante dans de nombreux domaines, même en-dehors du cadre probabiliste. Cette approche a donc déjà démontré sa pertinence et son utilité. Dans le domaine qui nous concerne (recherche du débit passant par une brèche formée dans une digue), on peut citer les travaux de KAMRATH, KÖNGETER et al. (2006), qui ont montré qu'il est possible de remplacer des simulations numériques 2D par un modèle composé (a) de simulations 1D de la dynamique de l'écoulement dans la rivière, (b) d'une formule empirique exprimant le débit passant par la brèche et (c) d'un modèle cinématique pour l'évaluation de la zone inondée. L'emploi de la formule empirique à la place de simulations 2D peut s'accompagner d'une erreur de 20%, mais elle permet de diviser par 20 000 le temps de calcul. La dynamique de remplissage de la zone inondable est reproduite correctement.

Force est cependant de constater que les modèles simplifiés ont souvent un cadre d'application limité et qu'ils sont généralement dépendants vis-à-vis de modèles numériques plus complexes ou d'essais en laboratoire pour la détermination de paramètres empiriques (« calage » du modèle). Dans l'exemple de KAMRATH, KÖNGETER et al. (2006), la formule empirique donnant le débit passant par la brèche est établie sur base de simulations numériques 2D sur topographie réelle.

Toutefois, un modèle simplifié peut également apporter certains enseignements, en mettant en évidence quelles sont les caractéristiques les plus influentes qui permettent d'expliquer le phénomène étudié et quelles sont les simplifications qui ne prêtent pas à conséquence. A ce propos, si l'étude de ROGER, DEWALS et al. (2009, 2010) dont il a été question à la section 1.1 a mis en évidence la nécessité d'aller vers une complexification du modèle numérique 2D pour calculer de façon plus exacte le débit passant par une brèche, il est intéressant de se demander quels pourraient être les apports de la démarche inverse, c'est-à-dire une démarche allant vers une plus grande simplification.

1.3 Délimitation du travail

L'objectif premier de ce travail est de développer un modèle de complexité réduite capable d'évaluer le débit passant par une brèche formée dans la digue d'un cours d'eau. L'aspect sédimentaire (érosion progressive de la digue) n'est pas pris en compte : la brèche est supposée avoir une largeur bien déterminée et sa profondeur correspond à celle de l'écoulement. Conformément aux remarques de la section 1.1, le travail se focalise sur un état stationnaire.

La perspective finale est un modèle de complexité réduite (« modèle concentré ») capable de reproduire fidèlement des résultats expérimentaux : des données

de référence sont donc décrites au chapitre 2. Cependant, le modèle concentré sera d'abord conçu de façon à reproduire des résultats de simulations numériques 2D, simulations qui font l'objet de chapitre 3. Les simulations numériques constituent en effet un bon support de développement d'un tel modèle, vu la richesse de l'information qu'elles apportent sur les distributions des grandeurs qui caractérisent l'écoulement (champs de hauteurs, de vitesses etc.). Le chapitre 4 présente le développement d'un modèle concentré qui se base sur le même système d'équations que les simulations 2D. Le chapitre 5 décrit plus particulièrement comment peuvent être déterminées les caractéristiques de l'écoulement qui traverse la brèche afin de les intégrer au modèle concentré, modèle qui sera finalement discuté au chapitre 6.

Le second objectif de ce travail est d'apporter une contribution aux simulations numériques 2D en discutant de l'intérêt d'y intégrer un modèle de BOUSSINESQ afin de les rendre plus précises. C'est l'objet du chapitre 7.

Finalement, en guise de « perspectives », le chapitre 8 évoque l'extension du modèle concentré vers des situations plus réalistes de ruptures de digues.

Afin de faciliter la lecture de ce rapport, chaque chapitre commence par une brève annonce du contenu et se termine par une synthèse des principaux éléments à en retenir.

Chapitre 2

Données de référence

Ce chapitre présente les données de référence utilisées pour le développement du modèle de complexité réduite. Ces données sont extraites des références (BRIECHLE, 2006; ROGER, DEWALS et al., 2009, 2010). Le modèle réduit utilisé pour l'obtention de résultats expérimentaux est présenté à la section 2.1. La section 2.2 présente ensuite une première analyse de ces résultats et fournit des enseignements intéressants pour la suite

2.1 Dispositif expérimental de l'IWW-RWTH

2.1.1 Objectifs poursuivis

Le chapitre 1 a fait état de deux approches complémentaires du problème posé par la rupture d'une digue, selon que l'impact dynamique ou statique est considéré (Tableau 1.1). Le modèle réduit présenté dans ce chapitre, qui a été construit à l'IWW de la RWTH Aachen (Allemagne) a été conçu de façon à étudier les deux aspects que sont, d'une part, la propagation de l'onde liée à la rupture d'une digue et, d'autre, part, le fractionnement du débit qui s'établit en phase stationnaire.

C'est ce dispositif expérimental qui a été utilisé pour la validation de codes de calculs numériques dans l'approche hybride dont il a été question plus haut : (ROGER, BÜSSE et KÖNGETER, 2006) pour la propagation de l'onde de rupture et, ce qui nous concerne plus particulièrement, (ROGER, DEWALS et al., 2009, 2010) pour le fractionnement du débit en phase stationnaire.

Le dispositif expérimental a une géométrie simple et idéalisée (canal rectangulaire à fond plat); les matériaux employés ont été choisis de façon à minimiser le frottement. Ces aspects de topographie et de frottement sont en effet supposés avoir un rôle sur les résultats (BRIECHLE, 2006), mais ils sont volontairement écartés de l'analyse afin de concentrer les objectifs du modèle réduit sur l'étude de l'influence des paramètres suivants :

- largeur de la brèche,
- débit alimentant le canal,
- hauteur d'eau initiale.

Dès lors, les différentes configurations étudiées sont identifiées à l'aide de la convention suivante, où « B » désigne la largeur de la brèche (en *cm*), « Q » le débit alimentant le canal (en *l/s*) et « H » la hauteur d'eau initiale (en *cm*) :

B70-Q300-H50

2.1.2 Modèle réduit

Une description détaillée du dispositif expérimental est donnée dans la thèse de doctorat de BRIECHLE (2006). Ne sont reprises ici que les caractéristiques de ce dispositif utiles à l'étude du fractionnement du débit en phase stationnaire.

Le modèle réduit, représenté à la Figure 2.1 est constitué d'un canal horizontal d'environ 8,5 *m* de long, ayant une section rectangulaire de 1 *m* de large. Dans une première phase, le canal ne comporte aucune ouverture latérale afin de reproduire la situation initiale d'une rupture de digue. A l'amont, un dispositif permet d'injecter un débit Q_0 allant de 0,1 à 0,3 m^3/s . Quant à l'aval du canal, il est barré par un seuil mince aéré, dont la hauteur est réglable et permet d'imposer des hauteurs d'eau initiales h_0 comprises entre 0,25 et 0,50 *m*.

A mi-longueur du canal environ, la paroi de gauche est interrompue et remplacée par un mécanisme qui permet d'ouvrir, en une fraction de seconde, une brèche dont la largeur B_b peut être comprise entre 0,30 et 0,70 *m*. L'écoulement qui quitte alors le canal se propage sur une surface horizontale de $3,5 \times 4,0$ *m*. Les 3 bords libres de cette surface de propagation ne sont délimités par aucun seuil : lorsque l'écoulement atteint ces bords, il tombe librement dans un système de récupération de l'eau situé à un niveau inférieur. Un écoulement supercritique est ainsi assuré dans la zone de propagation tout au long de l'expérience.

Après ouverture de la brèche, l'écoulement tend vers un état stationnaire. La répartition du débit entre la brèche et l'aval du canal est déterminée par lecture des hauteurs d'eau au niveau du seuil aval et application de la relation de déversoir :

$$Q = \frac{2}{3} \mu B_c \sqrt{2g} (h - h_w)^{3/2} \quad (2.1)$$

Dans cette relation, Q est le débit passant sur le déversoir, h_w est la hauteur du seuil (valeurs renseignées à la Table 2.1 pour les différentes configurations) et B_c est la largeur du canal. La hauteur d'eau h est mesurée à une distance de 1,44 *m* à l'amont du seuil. Le coefficient de déversoir μ est exprimé d'après la formulation de HENDERSON, dans laquelle les coefficients ont dû être adaptés de façon à mieux

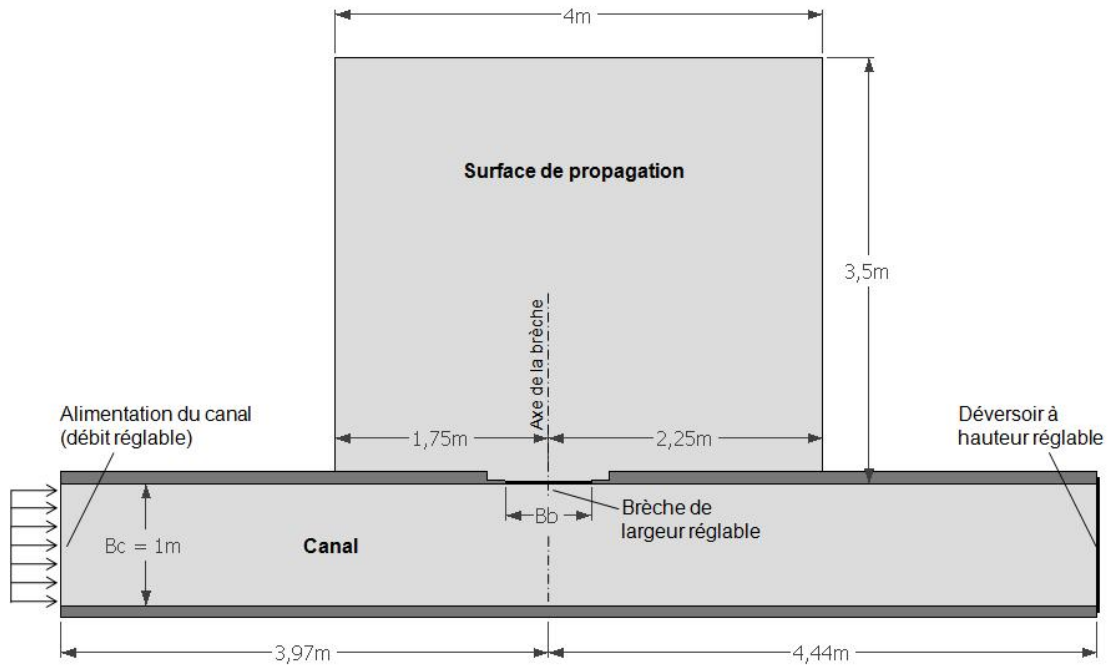


FIGURE 2.1 – Dispositif expérimental ayant fourni les données de références — modifié d’après BRIECHLE (2006)

représenter le comportement du seuil :

$$\mu = 0,657 + 0,084 \frac{h - h_w}{h_w} \quad (2.2)$$

Le débit alimentant le canal étant connu, le débit passant par la brèche est simplement obtenu par la différence entre celui-ci et le débit mesuré au niveau du seuil. L’erreur qui résulte de l’emploi de ces relations est inférieure à 1%.

$Q_0 (m^3/s)$	0,1	0,2	0,3
$h_0 (m)$			
0,25	0,1225	0,069	0,042
0,30	0,170	0,108	0,071
0,35	0,218	0,151	0,107
0,40	0,267	0,197	0,147
0,45	0,316	0,244	0,191
0,50	0,366	0,292	0,236

TABLE 2.1 – Valeurs de $h_w (m)$ pour les différentes conditions initiales considérées, d’après BRIECHLE (2006)

2.2 Grandeurs fondamentales

Alors que le travail de BRIECHLE (2006) est axé sur la propagation de l'onde due à l'ouverture de la brèche, les valeurs des débits stationnaires s'y trouvent toutefois renseignés (pour des configurations avec brèche de 30 et 50 *cm* de large) et sont présentés ici.

Parmi les forces qui régissent la dynamique de l'écoulement dans le modèle réduit, il semble évident que les forces d'inertie et les forces de pesanteur (c'est-à-dire la pression) jouent un rôle prépondérant (PIROTON et al., 2009-2010). Le rapport de ces forces est exprimé par le nombre adimensionnel de FROUDE

$$\text{Fr} = \frac{u^2}{\sqrt{gh}} = \frac{q^2}{\sqrt{gh^3}} \quad (2.3)$$

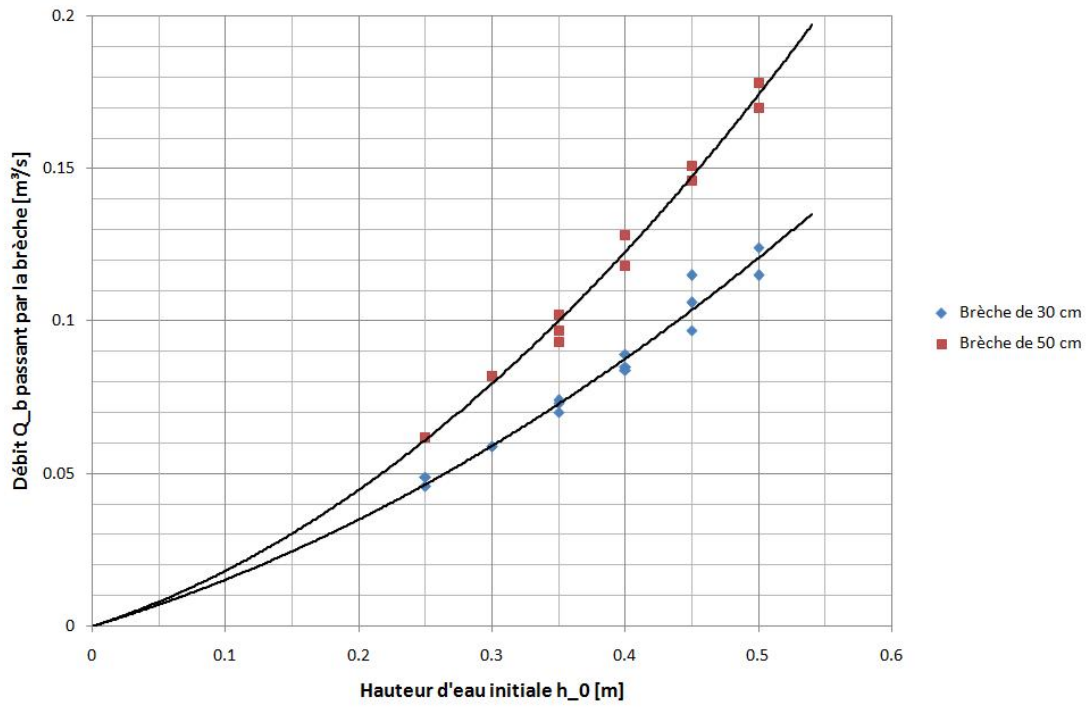
où u , h et $q = hu$ sont respectivement la vitesse de l'écoulement, sa hauteur et le débit spécifique (m^2/s) correspondant.

Pour montrer que ce nombre de FROUDE est la grandeur fondamentale qui explique la répartition des débits, on peut faire le raisonnement suivant. Avant d'atteindre la brèche, l'écoulement possède une certaine vitesse orientée selon l'axe du canal. L'*inertie* associée à cette vitesse tend à garder l'écoulement dans le canal, alors que le déséquilibre des *forces de pression* tend à dévier l'écoulement vers la brèche. Dans le cas présent, le nombre de FROUDE prend donc l'interprétation suivante : il s'agit du rapport entre les forces qui tendent à s'opposer à une déviation de l'écoulement vers la brèche et les forces qui sont à l'origine de cette déviation.

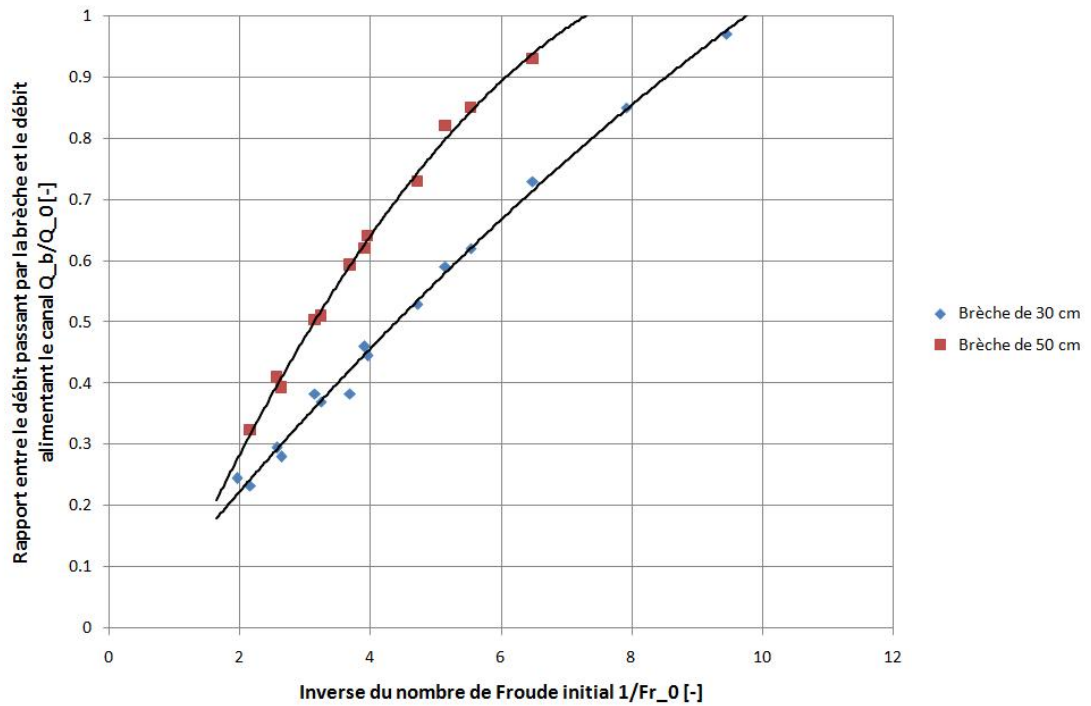
Cette influence est confirmée par la Figure 2.2 (b). Cette figure représente l'évolution du rapport entre le débit passant par la brèche et le débit alimentant le canal, Q_b/Q_0 , en fonction de l'inverse du nombre de FROUDE, $1/\text{Fr}_0 = \sqrt{gh_0^3}/q_0$, de l'écoulement *initial* (avant ouverture de la brèche). Pour Fr_0 variant de 0,1 à 0,5 ($1/\text{Fr}_0$ variant de 10 à 2), le pourcentage de débit passant par la brèche varie entre 95 et 20%.

D'après ce qui précède, cette relation adimensionnelle est plus rigoureuse que la relation de la Figure 2.2 (a) qui lie le débit Q_b à la hauteur d'eau initiale h_0 . Cette relation est proposée par BRIECHLE (2006) dans la « digression » qu'elle accorde à la phase stationnaire.

Ce qui est remarquable dans ces deux formulations reprises à la Figure 2.2, c'est qu'elles établissent une relation entre une caractéristique de l'écoulement stationnaire (axe des ordonnées) et une caractéristique de l'écoulement *initial* (axe des abscisses), c'est-à-dire de l'écoulement stationnaire qui s'établit *avant* l'ouverture de la brèche. Qu'il y ait une relation directe entre ces 2 états *pour une largeur de brèche donnée* s'explique aisément si on raisonne en terme d'information. Pour une



(a) Relation dimensionnelle d'après BRIECHLE (2006)



(b) Relation adimensionnelle, d'après les données de BRIECHLE (2006)

FIGURE 2.2 – Relations entre le débit passant par la brèche et les conditions d'écoulement dans le canal

géométrie donnée, l'équilibre de l'écoulement initial et l'équilibre de l'écoulement stationnaire sont tous deux entièrement conditionnés par les mêmes conditions aux limites que sont d'une part le débit Q_0 alimentant le canal et d'autre part la hauteur h_w du déversoir à l'aval du canal¹. En effet, le fait que l'écoulement sortant du canal au travers de la brèche y passe en régime supercritique ($Fr > 1$) garantit qu'aucune information ne peut remonter l'écoulement depuis la zone de propagation vers le canal : il n'y a donc aucune condition limite qui vient s'ajouter aux 2 précédentes. Pour une géométrie donnée, les 2 écoulements successifs sont conditionnés par les mêmes conditions aux limites, ce qui justifie leur corrélation.

Cette « corrélation » s'exprime naturellement en terme de nombres de FROUDE. La Figure 2.3 montre que pour une largeur de brèche donnée, il y a une relation *linéaire* entre nombre de FROUDE initial et stationnaire (ce dernier est mesuré dans le canal, au-delà de la brèche). Pour les deux ensembles de points, le coefficient de corrélation est de 0,998.

Dès lors, il est tout à fait justifié d'exprimer certaines caractéristiques de l'écoulement stationnaire, qui est un écoulement complexe, en fonction du nombre de FROUDE de l'écoulement initial, qui est un écoulement très simple. Ce constat sera mis à profit lorsqu'il s'agira de discuter les résultats du modèle concentré ou encore lorsqu'il sera nécessaire de « caler » certains coefficients empiriques.

2.3 Synthèse

Les données de référence utilisées pour ce travail ont été obtenues à l'aide d'un dispositif expérimental considérant une géométrie très simple et cherchant à limiter le frottement, afin de pouvoir focaliser l'étude sur l'influence de la taille de la brèche et sur les conditions d'écoulement dans le canal (débit et hauteur d'eau).

Une première analyse des résultats montre le rôle fondamental joué par le nombre de FROUDE, dont la signification est directement liée au problème qui nous occupe. Le fait que l'on puisse aisément faire appel au nombre de FROUDE de l'écoulement initial suggère une piste intéressante pour la discussion des résultats du modèle concentré.

1. Le frottement est faible et donc négligé dans le raisonnement.

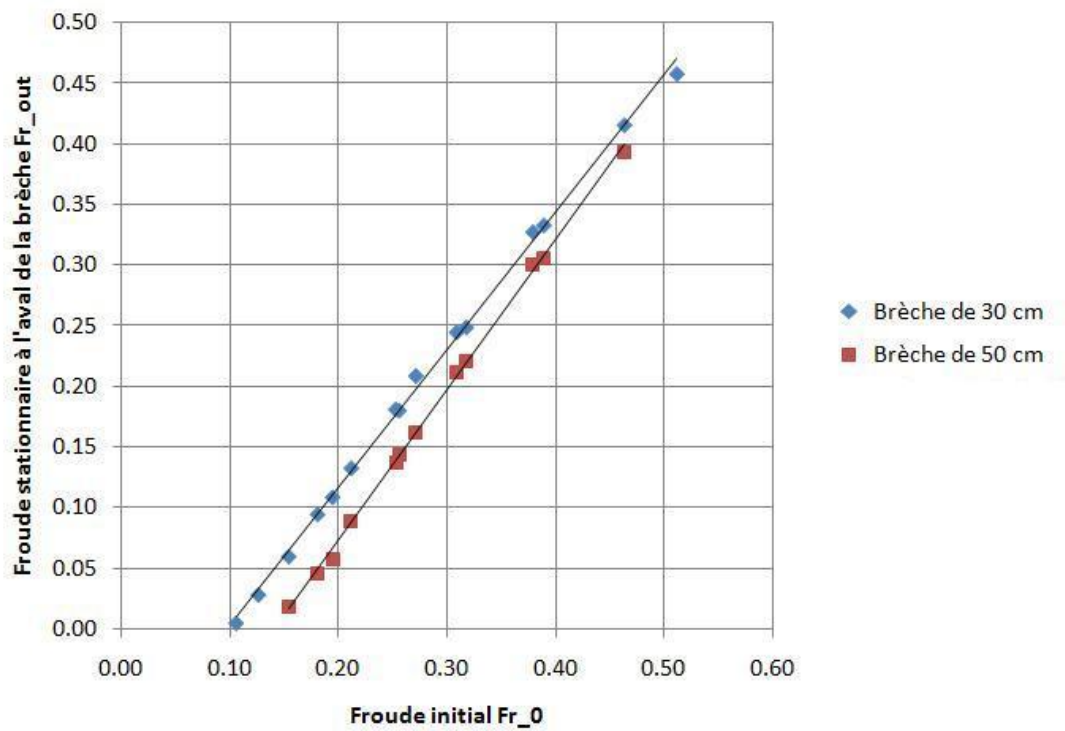


FIGURE 2.3 – Relation linéaire entre nombres de FROUDE initial et stationnaire (à l'aval de la brèche), d'après les données de BRIECHLE (2006)

Chapitre 3

Modélisation numérique 2D hydrostatique

Ce chapitre traite de la reproduction par calcul numérique des écoulements prenant place dans le dispositif expérimental décrit au chapitre 2. Après une description du logiciel utilisé (section 3.1), ce chapitre s'attarde sur son aptitude à reproduire les données de référence, en reprenant les conclusions d'une étude de ROGER, DEWALS et al. (2009, 2010) (section 3.2). Finalement, la section 3.3 décrit les simulations utilisées pour ce travail et fournit, à titre illustratif, quelques vues des résultats obtenus.

3.1 Description du logiciel WOLF 2D

Le logiciel WOLF 2D est un code de calcul développé au HACH (Université de Liège) qui résout les *shallow-water equations*¹ (SWE) par une approche volumes finis. Ce logiciel est présenté en divers endroits. Pour une description des possibilités du logiciel dans la modélisation des ruptures de barrages, on peut se référer à ERPICUM et al. (2010).

3.1.1 Modèle mathématique

Les équations 2D de conservation de la masse et de la quantité de mouvement qui sont résolues par le logiciel WOLF 2D sont obtenues par intégration des équations de NAVIER-STOKES sur la hauteur de l'écoulement.

Pour ce faire, une seule hypothèse est nécessaire (PIROTON et al., 2009-2010) : l'écoulement possède une direction principale et les vitesses normales à cette direction sont faibles vis-à-vis des vitesses selon la direction principale. Si on définit le système d'axe xyz de façon à ce que la direction principale de l'écoulement soit contenue dans le plan (xy) , cette hypothèse permet d'affirmer, à partir de

1. Litt. « équations des eaux peu profondes »

la conservation de la quantité de mouvement selon l'axe z , que la pression a une distribution hydrostatique selon ce même axe.

La forme conservative de ces équations 2D intégrées sur la hauteur est donnée sous forme vectorielle par l'équation (3.1) (ROGER, DEWALS et al., 2009). Les différents termes sont explicités par les équations (3.2) à (3.5) : les inconnues conservatives sont la hauteur d'eau h et les débits spécifiques $q_x = hu$ et $q_y = hv$, u et v étant les vitesses selon x et y moyennées sur la hauteur ; les constantes g et ρ désignent respectivement l'accélération de la pesanteur et la masse volumique de l'eau ; la topographie du fond est décrite par z_b ; τ_{bx} et τ_{by} représentent les tensions de cisaillement qui se développent à l'interface entre l'écoulement et le fond (et éventuellement les bords) du canal, alors que σ_x , τ_{xy} et σ_y font référence aux contraintes turbulentes. Ces deux derniers groupes d'inconnues requièrent des relations de fermeture qui permettent de les exprimer en fonction des inconnues principales.

$$\frac{\partial \mathbf{s}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial y} + \frac{\partial \mathbf{f}_d}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{g}_d}{\partial y} = \mathbf{S}_0 - \mathbf{S}_f \quad (3.1)$$

Inconnues :

$$\mathbf{s} = \begin{pmatrix} h \\ hu \\ hv \end{pmatrix} \quad (3.2)$$

Flux convectifs et de pression :

$$\mathbf{f} = \begin{pmatrix} hu \\ \rho_{xx}hu^2 + \frac{1}{2}gh^2 \\ \rho_{xy}huv \end{pmatrix}, \quad \mathbf{g} = \begin{pmatrix} hv \\ \rho_{xy}huv \\ \rho_{yy}hv^2 + \frac{1}{2}gh^2 \end{pmatrix} \quad (3.3)$$

Flux diffusifs :

$$\mathbf{f}_d = -\frac{h}{\rho} \begin{pmatrix} 0 \\ \sigma_x \\ \tau_{xy} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{g}_d = -\frac{h}{\rho} \begin{pmatrix} 0 \\ \tau_{xy} \\ \sigma_y \end{pmatrix} \quad (3.4)$$

Pentes de fond et de frottement :

$$\mathbf{S}_0 = -gh \begin{pmatrix} 0 \\ \partial_x z_b \\ \partial_y z_b \end{pmatrix}, \quad \mathbf{S}_f = \frac{1}{\rho} \begin{pmatrix} 0 \\ \tau_{bx} \\ \tau_{by} \end{pmatrix} \quad (3.5)$$

Dans les vecteurs de flux \mathbf{f} et \mathbf{g} , les coefficients adimensionnels ρ_{xx} , ρ_{xy} et ρ_{yy} sont des coefficients qui, dans l'établissement des équations 2D, apparaissent lors de l'intégration sur la hauteur de profils de vitesses non uniformes. En utilisant la même notation que ROGER, DEWALS et al. (2009) (les grandeurs locales sont surmontée d'un accent circonflexe, le symbole $\langle \dots \rangle$ désigne une grandeur moyennée

sur la hauteur), ces coefficients sont définis par :

$$\rho_{xx} = \frac{\langle \hat{u}^2 \rangle}{u^2} \quad \rho_{xy} = \frac{\langle \hat{u}\hat{v} \rangle}{uv} \quad \rho_{yy} = \frac{\langle \hat{v}^2 \rangle}{v^2} \quad (3.6)$$

Ces coefficients sont souvent supposés être unitaires (profils de vitesse uniformes sur la hauteur), ce qui revient alors à ajouter une hypothèse au modèle mathématique. Ils peuvent toutefois être évalués au moyen d'équations supplémentaires, les *équations de moments*, lorsque l'inégale répartition des vitesses est générée par le frottement qui se développe à l'interface entre l'écoulement et le fond (DEWALS, 2006).

Le relation de fermeture qui permet d'exprimer les tensions τ_{bx} et τ_{by} en fonction de h , u et v est une loi empirique de MANNING. En anticipant l'aspect « résolution numérique », signalons que dans WOLF 2D, cette loi a été adaptée de façon à tenir compte d'un frottement sur le fond (coefficient n_b en $s/m^{1/3}$) mais aussi d'un frottement sur des parois verticales (coefficient n_w en $s/m^{1/3}$) comme c'est le cas dans un canal (DEWALS, 2006). Dans les expressions ci-dessous, les indices k_x et k_y font respectivement référence aux bords d'une maille parallèles aux axes x et y et en contact avec une paroi.

$$\begin{aligned} \frac{\tau_{bx}}{\rho gh} &= u \left(\sqrt{u^2 + v^2} \frac{n_b^2}{h^{4/3}} + \sum_{k_x=1}^{N_x} \frac{4}{3} \frac{u_{k_x} n_w^2}{h_{k_x}^{1/3} \Delta y} \right) \\ \frac{\tau_{by}}{\rho gh} &= v \left(\sqrt{u^2 + v^2} \frac{n_b^2}{h^{4/3}} + \sum_{k_y=1}^{N_y} \frac{4}{3} \frac{v_{k_y} n_w^2}{h_{k_y}^{1/3} \Delta x} \right) \end{aligned} \quad (3.7)$$

Quant aux tensions turbulentes, elles sont exprimées en suivant l'hypothèse de BOUSSINESQ pour les relier aux inconnues principales :

$$\sigma_x = 2\rho(\nu + \nu_T) \frac{\partial u}{\partial x} \quad \tau_{xy} = \rho(\nu + \nu_T) \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \quad \sigma_y = 2\rho(\nu + \nu_T) \frac{\partial v}{\partial y} \quad (3.8)$$

Dans ces relations, ν est la viscosité cinématique et ν_T la viscosité turbulente. Pour exprimer cette dernière, on peut recourir à un modèle algébrique ou à un modèle basé sur des équations de transport des inconnues turbulentes (ERPICUM, 2006).

3.1.2 Modèle numérique

La discrétisation spatiale de l'équation (3.1) est réalisée au moyen d'une méthode volumes finis *cell-centered* sur maillage structuré cartésien. Alliée à un mailleur multibloc permettant de raffiner la discrétisation dans les zones où cela est nécessaire, cette approche garantit une très bonne précision pour un coût de calcul faible (ERPICUM, 2006). Par ailleurs, le domaine de calcul est limité aux

seules mailles pour lesquelles la hauteur d'eau est non nulle (plus celles qui sont susceptibles de devenir le siège d'un écoulement au pas de temps considéré), un algorithme adéquat permettant la mise à jour de ce domaine au cours du temps.

La discrétisation temporelle est basée sur un schéma explicite de RUNGE-KUTTA. Le caractère explicite du schéma de résolution impose la limitation du pas de temps sur base du nombre de COURANT-FRIEDRICHS-LEWY pour que le calcul soit stable.

La méthode des volumes finis se caractérise par la nécessité de reconstruire les inconnues situées aux centres de gravité des mailles vers les bords de celles-ci afin d'y évaluer les flux \mathbf{f} et \mathbf{g} définis par les équations (3.3). Sur un maillage structuré, l'utilisation d'une reconstruction linéaire limitée conduit à un second ordre de précision spatiale (ERPICUM, 2006). La reconstruction des inconnues fournissant deux valeurs à chaque interface entre deux mailles, une méthode *Flux Vector Splitting* (FVS) développée au HACH et basée sur une analyse de l'information transportée par le système d'équation (3.1) est utilisée pour choisir les valeurs adéquates : cette méthode sépare chaque flux \mathbf{f} et \mathbf{g} en deux composantes, la première étant systématiquement calculée à partir des valeurs provenant de l'amont de l'écoulement, la seconde à partir des valeurs provenant de l'aval (ERPICUM et al., 2010). Pour les flux diffusifs \mathbf{f}_d et \mathbf{g}_d définis par (3.4), il n'y a pas de décentrement de l'information (ERPICUM et al., 2010).

Dans tous les développements du logiciel WOLF 2D, l'accent a été mis sur une représentation correcte des propriétés fondamentales du modèle mathématique (conservation des grandeurs, transport d'information) et sur la recherche d'un domaine de validité le moins restrictif possible (ERPICUM, 2006; DEWALS, 2006).

3.2 Aptitude du logiciel à reproduire l'écoulement consécutif à une rupture de digue

3.2.1 Introduction

La capacité du logiciel WOLF 2D à reproduire les résultats obtenus sur le modèle réduit présenté au chapitre 2 a fait l'objet d'une étude dont les conclusions sont présentées dans ROGER, DEWALS et al. (2009) et ROGER, DEWALS et al. (2010). L'analyse s'est focalisée sur la reproduction de l'état stationnaire de l'écoulement après ouverture de la brèche, en particulier la valeur du débit Q_b qui quitte le canal au niveau de celle-ci. L'écoulement n'a pas uniquement été simulé par le logiciel WOLF 2D mais également par un logiciel éléments finis 2D basé sur le même modèle mathématique (logiciel DGFLOW développé par l'IWW) et, dans un deuxième temps, par un logiciel volumes finis 3D ne reposant pas sur l'hypothèse de pression

hydrostatique (logiciel commercial STAR-CD développé par CD-adapco).

La comparaison numérique-expérimental s'est limitée aux configurations suivantes² :

- B70-Q300-H50
- B70-Q300-H40
- B70-Q200-H50
- B70-Q200-H40

Le nombre de FROUDE initial de ces configurations est compris entre 0,18 (configuration Q200-H50) et 0,38 (configuration Q300-H40), ce qui représente la moitié de l'étendue de la gamme de nombres de FROUDE envisageables avec le dispositif expérimental (d'après les données de BRIECHLE (2006)).

Pour la réalisation des simulations numériques, l'implémentation de la relation de déversoir comme condition limite aval du canal est nécessaire. La formulation présentée au chapitre 2 n'est pas appropriée puisqu'elle exprime le débit sur le déversoir en fonction d'une hauteur d'eau mesurée 1,44 m en amont de celui-ci. Pour pouvoir utiliser la hauteur d'eau h_{lim} au droit du déversoir et donc à la limite du domaine de la simulation numérique, le coefficient de déversoir a été exprimé comme un polynôme du troisième degré (ROGER, DEWALS et al., 2009) :

$$Q_{\text{lim}} = \frac{2}{3} \mu B_c \sqrt{2g} (h_{\text{lim}} - h_w)^{3/2} \quad (3.9)$$

$$\text{avec} \quad \mu = a_3 (h_{\text{lim}} - h_w)^3 + a_2 (h_{\text{lim}} - h_w)^2 + a_1 (h_{\text{lim}} - h_w) + a_0 \quad (3.10)$$

Les valeurs des hauteurs de déversoir³ h_w et des coefficients expérimentaux a_k ainsi que les domaines de validité de l'expression (3.10) sont donnés à la Table 3.1. Les autres conditions aux limites des simulations sont d'une part l'imposition d'un

Configuration	h_w (m)	a_3 (m^{-3})	a_2 (m^{-2})	a_1 (m^{-1})	a_0 (-)	Domaine de validité Débits en (m^3/s)
Q300-H50	0,241	-7,291	4,561	-0,554	0,752	$0,05 < Q_{\text{lim}} < 0,3$
Q300-H40	0,152	-10,84	6,009	-0,359	0,738	$0,05 < Q_{\text{lim}} < 0,3$
Q200-H50	0,297	-62,63	26,61	-3,508	0,887	$0,03 < Q_{\text{lim}} < 0,2$
Q200-H40	0,202	-65,62	29,01	-3,665	0,877	$0,03 < Q_{\text{lim}} < 0,2$

TABLE 3.1 – Données utilisées pour l'imposition de la condition limite aval du canal dans les simulations numériques 2D, extraites de ROGER, DEWALS et al. (2009)

2. Pour rappel : « B » désigne la largeur de la brèche en cm, « Q » le débit alimentant le canal en l/s et « H » la hauteur d'eau initiale en cm.

3. On peut remarquer une légère élévation des valeurs de h_w par rapport à celles données dans BRIECHLE (2006) : cela est sans doute dû à une modification dans la définition de la hauteur initiale (hauteur H mesurée au droit de la brèche et non plus à 1,44m à l'amont du déversoir).

débit au niveau de la section d'entrée du canal (débit orienté selon l'axe du canal), d'autre part l'absence de toute condition aux bords libres de la surface de propagation puisque l'écoulement qui quitte le domaine de simulation en cet endroit est en régime supercritique.

Pour la résolution temporelle, c'est un schéma de RUNGE-KUTTA à trois pas et du premier ordre de précision qui est utilisé. Comme souligné dans ROGER, DEWALS et al. (2009), ce schéma se prête bien à la recherche d'une solution stationnaire puisque son caractère très dissipatif permet d'étouffer rapidement les oscillations instationnaires.

3.2.2 Principaux enseignements

Dans la première partie de l'étude (ROGER, DEWALS et al., 2009), les simulations de référence sont, du côté du logiciel WOLF 2D, des simulations caractérisées par un second ordre de précision dans l'espace, des coefficients ρ_{xx} , ρ_{xy} et ρ_{yy} unitaires (profils de vitesses constants sur la hauteur de l'écoulement), l'absence de prise en compte de la turbulence et la non-considération du frottement sur les parois latérales du canal (pour le frottement sur le fond, utilisation d'un coefficient de MANNING de $0,015 \text{ s/m}^{1/3}$). Un maillage de pas $\Delta x = \Delta y = 0,02 \text{ m}$ permet d'obtenir une solution pour laquelle l'erreur de discrétisation est négligeable.

Pour les quatre configurations indiquées ci-dessus, le constat est double : au niveau de la comparaison WOLF 2D-DGFLOW, la concordance obtenue est « remarquable » (ROGER, DEWALS et al., 2009) ; au niveau de la comparaison numérique-expérimental, les simulations arrivent à reproduire « le comportement de base de l'écoulement et la répartition qualitative des débits », mais « les prédictions numériques sous-estiment le débit évacué vers la zone inondable de 6 à 11% par rapport au débit mesuré expérimentalement » (ROGER, DEWALS et al., 2009).

Différentes modifications sont successivement apportées aux simulations de base afin d'en évaluer l'impact sur les valeurs des débits Q_b :

1. Utilisation d'une reconstruction constante des inconnues (précision spatiale du premier ordre)
2. Prise en compte de différents schémas de turbulence (modèle de FISHER, modèle $k - \varepsilon$)
3. Modification du coefficient de MANNING pour le frottement au niveau du fond
4. Prise en compte d'un coefficient de MANNING pour le frottement sur les parois latérales
5. Modification des coefficients d'inégales répartition des vitesses

La première option permet d’augmenter les débits passant par la brèche, mais entraîne la remarque suivante : « les effets diffusifs du schéma numérique agissent favorablement sur les résultats des simulations, mais ne peuvent être considérés comme fiables, puisque cette diffusion est fortement dépendante de paramètres purement numériques, tels que la dimension des mailles » (ROGER, DEWALS et al., 2009). Malgré ce constat, les tentatives 2 à 4, qui agissent sur des effets diffusifs ayant cette fois-ci une signification physique (turbulence, frottement), ne permettent pas de combler l’écart entre débit calculé et débit mesuré expérimentalement : le débit passant par la brèche « se révèle essentiellement insensible à la fermeture turbulente et aux coefficients de frottement » (ROGER, DEWALS et al., 2010), et ce, même en exagérant certains paramètres.

Suite à ce constat, ce sont les limitations du modèle mathématique 2D qui sont supposées être à l’origine de la sous-estimation systématique du débit passant par la brèche, à savoir une pression hydrostatique et des coefficients d’inégale répartition des vitesses unitaires. Pour ces derniers, le logiciel WOLF 2D permet bien d’en modifier les valeurs et une analyse de sensibilité montre que ces coefficients « peuvent effectivement avoir une influence substantielle sur le comportement de l’écoulement » (ROGER, DEWALS et al., 2009). Cependant, ces coefficients restent des paramètres imposés de façon arbitraire au modèle 2D et non des grandeurs déterminées par celui-ci. Il n’a pas été fait appel aux équations de moments puisque ce n’est pas le frottement qui est considéré être à l’origine des distributions non uniformes des vitesses (DEWALS, 2011, communication orale).

Pour poursuivre cette investigation, le logiciel de calcul 3D CD-STAR a été mis en oeuvre afin d’obtenir une vue distribuée des coefficients de pression et des coefficients d’inégale répartition des vitesses et de vérifier si leurs valeurs peuvent effectivement expliquer les insuffisances des modèles 2D (ROGER, DEWALS et al., 2010). Les coefficients d’inégale répartition des vitesses ρ_{xx} , ρ_{xy} et ρ_{yy} ont été définis par les relations (3.6). Quant au coefficient de pression Λ , il est défini comme suit, selon ROGER, DEWALS et al. (2010) :

$$\Lambda = \frac{1}{2} + \frac{\langle \hat{p} \rangle}{\rho gh} \quad (3.11)$$

Pour une distribution hydrostatique, ce coefficient est unitaire ($\langle \hat{p} \rangle = \rho gh/2$).

En termes de débit Q_b , les résultats obtenus avec CD-STAR sont à mi-chemin entre les résultats WOLF 2D et les résultats expérimentaux. Selon les Figures 3.1 (a) et (b), les simulations 3D montrent plusieurs zones où les hypothèses du modèle 2D ne sont pas vérifiées. Les zones situées dans la zone de propagation ne sont pas considérées pouvoir influencer la répartition des débits puisque l’écoulement y est passé en régime supercritique (ROGER, DEWALS et al., 2010). Pour les zones situées

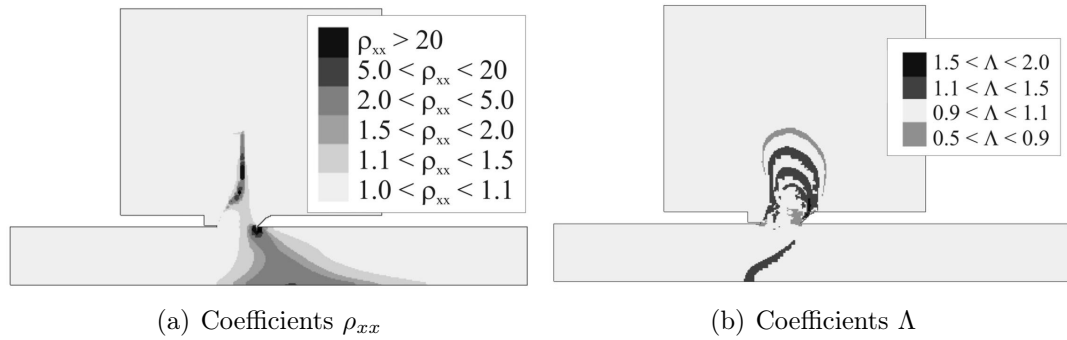


FIGURE 3.1 – Vues distribuées des coefficients d’inégale répartition des vitesses ρ_{xx} et de pression Λ obtenus par simulation 3D, extrait de ROGER, DEWALS et al. (2010)

dans le canal, la discussion est la suivante : à l’aval de la brèche, le modèle 2D sous-estime les valeurs des coefficients ρ_{xx} et ρ_{xy} (le coefficient ρ_{yy} n’est pas pris en compte vu les faibles vitesses transversales) ; de même, le coefficient de pression est sous-estimé au voisinage de la brèche ; dès lors, « la résistance à l’écoulement du bief aval du canal tend à être trop faible par rapport à celle de la section de la brèche » (ROGER, DEWALS et al., 2010). Les limites du modèle mathématique résolu par WOLF 2D permettent donc bien de donner une explication logique à la sous-estimation systématique des débits passant par la brèche.

3.3 Description des simulations utilisées pour l’établissement et la vérification du modèle de complexité réduite

Si la section précédente a insisté sur les limites du modèle mathématique constitué des *shallow-water equations* (SWE) pour représenter toutes les finesses de l’écoulement au droit d’une brèche, rappelons que la reproduction du « comportement de base de l’écoulement » est jugé satisfaisant par ROGER et al. (2009). Dès lors, les simulations WOLF 2D constituent un support intéressant pour le développement d’un modèle concentré, des améliorations à l’approche SWE pouvant être apportées ultérieurement.

3.3.1 Configurations

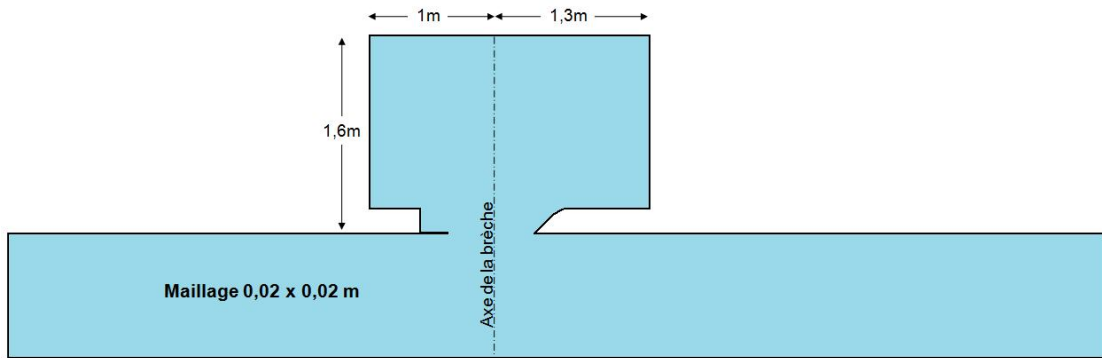
ROGER, DEWALS et al. (2009, 2010) ont étudié 4 configurations avec brèche de 70 cm. Les simulations correspondantes ont été utilisées dans ce travail et des simulations additionnelles avec brèches de 50 et 30 cm ont été générées afin de com-

pléter les données disponibles⁴. Le développement du modèle concentré s'appuie donc sur 12 configurations obtenues en combinant des largeurs de brèche de 70, 50 ou 30 *cm* avec des débits d'alimentation de 300 ou 200 *l/s* et des hauteurs d'eau initiales de 50 ou 40 *cm*. Ce nombre de configurations est limité par la condition limite aval du canal. En effet, la section 3.2 a expliqué qu'une relation de déversoir classique ne peut être utilisée de façon rigoureuse comme condition limite d'une simulation numérique mais qu'il est nécessaire de recourir aux expressions (3.9) et (3.10) qui doivent être calées au cas par cas. Comme les données disponibles se limitent à celles du Tableau 3.1, il n'est pas possible d'envisager des simulations avec d'autres conditions d'écoulement dans le canal, du moins pas des conditions s'écartant sensiblement de celles envisagées par ROGER, DEWALS et al. (2009, 2010). Cependant, comme la reproduction des résultats WOLF 2D n'est pas une fin en soit, mais une première étape vers la reproduction des données de référence du chapitre 2, ce nombre de configurations est *a priori* suffisant.

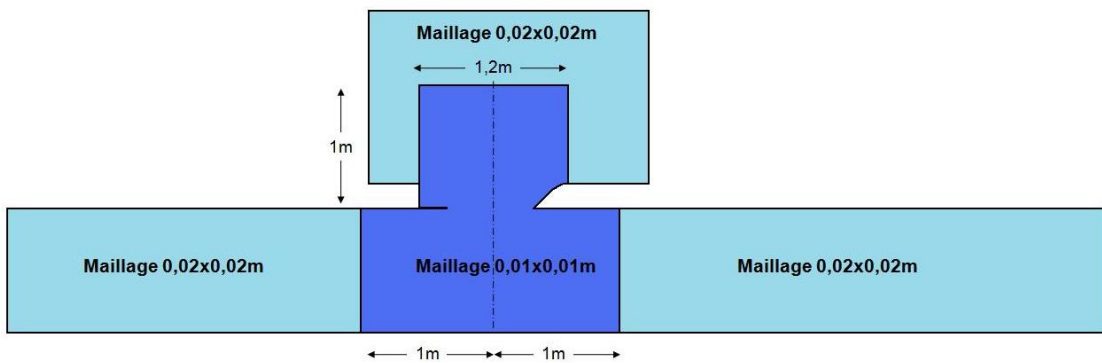
Conformément aux conclusions de la section précédente, les simulations WOLF utilisées ici sont épurées des caractéristiques qui n'ont pratiquement aucune influence sur les valeurs des débits passant par la brèche. Elles n'incluent donc aucun modèle de turbulence, ni de frottement sur les parois. Le frottement sur le fond du canal est conservé égal à $n_b = 0,015 \text{ s/m}^{1/3}$.

Dans le cas de brèches de 70 *cm* de large, l'utilisation d'un maillage cartésien de $0,02 \times 0,02 \text{ m}$ s'accompagne d'une erreur de discrétisation négligeable selon ROGER, DEWALS et al. (2009). Dans le cas de brèches plus étroites, une nouvelle analyse doit être menée. A cette fin, on compare les résultats obtenus au moyen des deux maillages de la Figure 3.2. Dans les deux cas, le domaine de calcul a été réduit au niveau de la surface de propagation, puisque l'écoulement supercritique qui s'y développe n'a pas d'influence sur les résultats recherchés. Dans le premier cas, le maillage est uniforme sur l'ensemble du domaine de calcul. Dans le second, un maillage multibloc permet un raffinement de la discrétisation dans une large zone au voisinage de la brèche (multiplication par 4 du nombre de mailles) sans représenter un surcoût de calcul excessif (multiplication par 2 du nombre de mailles totales). Pour des brèches de 50 *cm*, la différence relative entre les débits Q_b calculés est de l'ordre de 10^{-4} et l'utilisation du premier maillage reste justifié. Pour des brèches de 30 *cm*, la différence relative est de 10^{-3} , ce qui pousse à privilégier le second maillage. Une discrétisation supplémentaire dans le cas de brèches de 30 *cm* ne semble pas nécessaire car le maillage de $0,01 \times 0,01 \text{ m}$ permet d'avoir 30 mailles de calcul en travers de la brèche, ce qui est supérieur à ce qui est obtenu dans le

4. Dans la suite du rapport, on trouvera parfois une simulation B70-Q230-H52 à la place de la simulation B70-Q200-H50 qui ne respecte pas tout à fait l'intervalle d'application de la relation de déversoir à l'aval (voir Tableau 3.1) mais qui, par comparaison des 2 simulations, reste tout à fait valable.



(a) Maillage cartésien uniforme



(b) Maillage cartésien raffiné au niveau de la brèche

FIGURE 3.2 – Maillages utilisés pour la génération de simulations numériques WOLF 2D

cas de brèche de 50 *cm* avec un maillage de $0,02 \times 0,02$ *m* (25 mailles).

3.3.2 Bref aperçu des résultats

Les valeurs des débits Q_b passant par la brèche sont repris au chapitre 6 pour l'évaluation du modèle concentré. Une brève description du comportement de l'écoulement tel qu'il est simulé dans WOLF 2D peut cependant être intéressante.

La Figure 3.3 représente les hauteurs d'eau dans le canal, au niveau de la brèche. On constate qu'entre l'amont et l'aval du canal, les hauteurs d'eau augmentent légèrement (+10% dans le cas représenté), du fait de l'extraction d'un débit *via* la brèche. Au travers de la brèche, les hauteurs d'eau s'abaissent de façon très brusque (ici, -90% sur une distance très courte) du fait de l'évasement de l'écoulement lorsqu'il n'est plus canalisé.

Cette figure représente également les directions principales de l'écoulement. L'écoulement traversant la brèche provient directement de l'amont du canal (a), mais est aussi alimenté par une recirculation (b) qui se produit juste à l'aval de la brèche. Il en résulte une déviation de cet écoulement (c) par rapport à l'axe de la brèche. L'écoulement (d) qui ne passe pas par la brèche subit néanmoins une

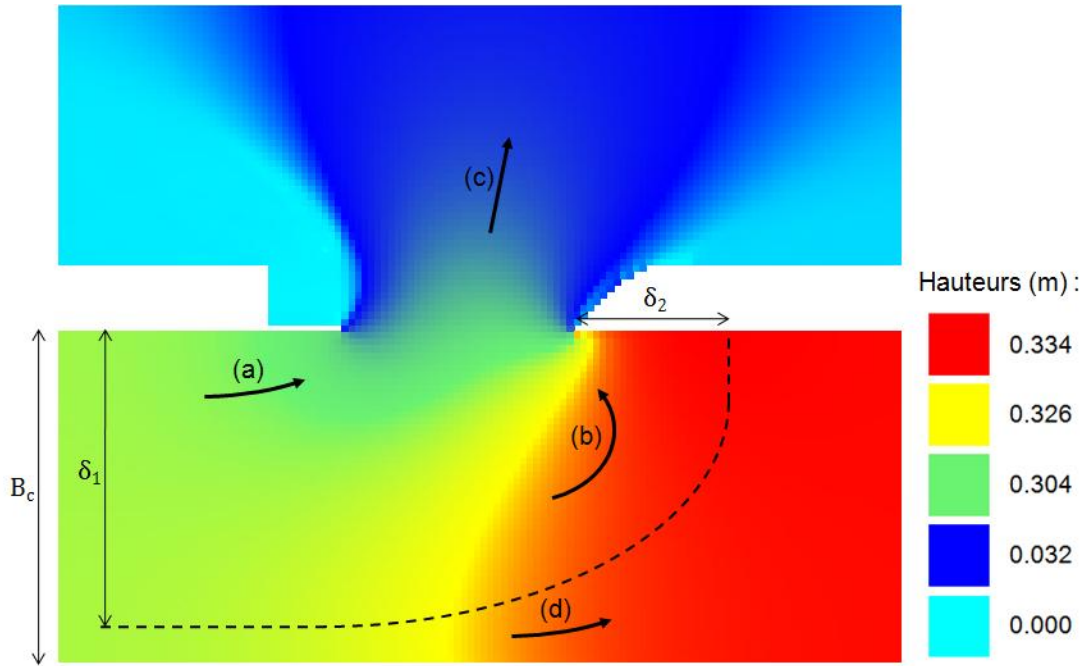


FIGURE 3.3 – Représentation des hauteurs d’eau au voisinage de la brèche (code couleurs), des directions principales de l’écoulement (flèches) et de la ligne de séparation des 2 écoulements (traits discontinus), cas B70-Q200-H50

déviations avant de s’aligner à nouveau selon l’axe du canal sous la contrainte des parois latérales. On peut tracer sommairement la ligne de séparation entre ces 2 écoulements (traits discontinus sur la figure), ce qui permet de bien visualiser le phénomène. Par conservation de la masse, le rapport δ_1/B_c est égal au rapport Q_b/Q_0 : il est relativement important dans le cas représenté ($Q_b/Q_0 = 0,9$ pour $Fr_0 = 0,18$) mais diminue pour des nombres de FROUDE plus importants. En effet, l’écoulement dans le canal possède alors une plus grande inertie axiale pour s’opposer au déséquilibre transversal des forces de pression. Pour la même raison, l’amplitude δ_2 de la recirculation diminue également lorsque le nombre de FROUDE augmente, et la déviation de l’écoulement en (c) s’en trouve alors renforcée.

3.4 synthèse

Le logiciel WOLF 2D, qui a fait preuve de performances remarquables dans des applications diverses, a été utilisé pour tenter de reproduire les données de référence décrites au chapitre 2. Son comportement général est satisfaisant mais il tend à sous-estimer le débit passant par la brèche, ce qui est dû aux hypothèses du modèle mathématique sous-jacent (pression hydrostatique et vitesses uniformes sur la hauteur de l’écoulement). Par conséquent, si les simulations réalisées au moyen de WOLF 2D peuvent servir de support pour le développement du modèle

concentré, des améliorations ultérieures devront être apportées à ce dernier pour qu'il corresponde mieux aux données de référence.

Chapitre 4

Développement d'un modèle concentré hydrostatique

Ce chapitre présente le développement du modèle concentré à partir des simulations numériques 2D hydrostatiques. La section 4.1 pose le problème et en donne une première approche. Les sections 4.2 et 4.3 s'intéressent respectivement aux caractéristiques de l'écoulement au niveau de la brèche et dans le canal : elles fournissent toutes deux des éléments permettant de simplifier le problème. La section 4.4 établit ensuite les équations finales du modèle concentré.

4.1 Introduction

Le modèle de complexité réduite développé ci-après se base sur les mêmes équations 2D intégrées sur la hauteur que le logiciel WOLF 2D. Son principe de base est de n'utiliser qu'un seul volume de contrôle pour résoudre ces équations, là où un modèle de calcul distribué a besoin d'un maillage comportant plusieurs milliers de mailles, d'où son nom de « modèle concentré ».

Comme la finesse du maillage d'un modèle de calcul distribué est en principe un gage de sa précision (dans les limites d'application des équations résolues), le modèle concentré doit nécessairement inclure de façon appropriée certaines particularités de ce type d'écoulements pour compenser la simplicité de sa description spatiale et être capable de se substituer avec une bonne précision à des modèles distribués. Pour établir ces particularités et développer le modèle concentré, les simulations WOLF 2D sont d'une grande utilité puisqu'elles résolvent les mêmes équations et fournissent une information distribuée des inconnues (hauteurs d'eau et débits spécifiques). Elles permettent ainsi d'introduire un certain empirisme là où cela est nécessaire, même si cet aspect a été réduit autant que possible au profit de l'aspect physique.

Les équations 2D utilisées pour le développement du modèle concentré se limitent à l'équilibre des flux advectifs, et ce conformément, d'une part, au phénomène représenté (état stationnaire, absence de pente de fond) et, d'autre part, aux conclusions de ROGER, DEWALS et al. (2009, 2010) présentées au chapitre 3 (effet négligeable des flux diffusifs et de la pente de frottement sur la valeur du débit Q_b). Ces équations s'écrivent donc :

$$\frac{\partial \mathbf{f}}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial y} = 0 \quad (4.1)$$

avec $\mathbf{f} = \begin{pmatrix} q_x \\ \frac{q_x^2}{h} + \frac{gh^2}{2} \\ \frac{q_x q_y}{h} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{g} = \begin{pmatrix} q_y \\ \frac{q_x q_y}{h} \\ \frac{q_y^2}{h} + \frac{gh^2}{2} \end{pmatrix}$

Pour introduire les différents aspects liés au développement du modèle concentré, on peut établir les équations sur un volume de contrôle rectangulaire tel que représenté à la Figure 4.1. Cette figure indique également les conventions utilisées dans tout ce chapitre : la brèche se forme en rive gauche, l'origine du repère est placée à la limite amont de la brèche, les axes x et y sont orientés de telle manière à donner un signe naturel aux débits spécifiques. Pour ce qui concerne les notations : A désigne la surface du volume de contrôle dans le plan xy et \mathcal{F}^+ fait référence à son contour orienté selon la convention adoptée par GREEN, aire à gauche, c'est-à-dire selon le sens trigonométrique. Ces conventions étant fixées, l'intégration des équations 4.1 sur le volume de contrôle et l'application du théorème de la divergence de GREEN donne successivement :

$$\iint_A (\partial_x \mathbf{f} + \partial_y \mathbf{g}) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \oint_{\mathcal{F}^+} \mathbf{f} dy - \mathbf{g} dx = 0 \quad (4.2)$$

La Figure 4.1 attribue un nom à chaque frontière du volume de contrôle. Dans la suite, la première lettre de chaque nom est utilisée comme indice pour faire référence aux différents bords. De cette manière, on peut développer plus avant les équations (4.2) et obtenir les écritures suivantes, dans lesquelles les grandeurs encadrés par $\langle \dots \rangle$ sont des grandeurs moyennées sur une frontière :

$$-\langle q_{x,i} \rangle B_c + \langle q_{x,o} \rangle B_c + \langle q_{y,b} \rangle B_b = 0 \quad (4.3)$$

$$-\left[\left\langle \frac{q_{x,i}^2}{h_i} \right\rangle + \left\langle \frac{gh_i^2}{2} \right\rangle \right] B_c + \left[\left\langle \frac{q_{x,o}^2}{h_o} \right\rangle + \left\langle \frac{gh_o^2}{2} \right\rangle \right] B_c + \left\langle \frac{q_{x,b} q_{y,b}}{h_b} \right\rangle B_b = 0 \quad (4.4)$$

$$-\left\langle \frac{q_{x,i} q_{y,i}}{h_i} \right\rangle B_c - \left\langle \frac{gh_r^2}{2} \right\rangle B_b + \left\langle \frac{q_{x,o} q_{y,o}}{h_o} \right\rangle B_c + \left[\left\langle \frac{q_{y,b}^2}{h_b} \right\rangle + \left\langle \frac{gh_b^2}{2} \right\rangle \right] B_b = 0 \quad (4.5)$$

Cette dernière mise en forme des équations pousse à considérer que la détermination de la division d'un écoulement au droit d'une brèche est un problème

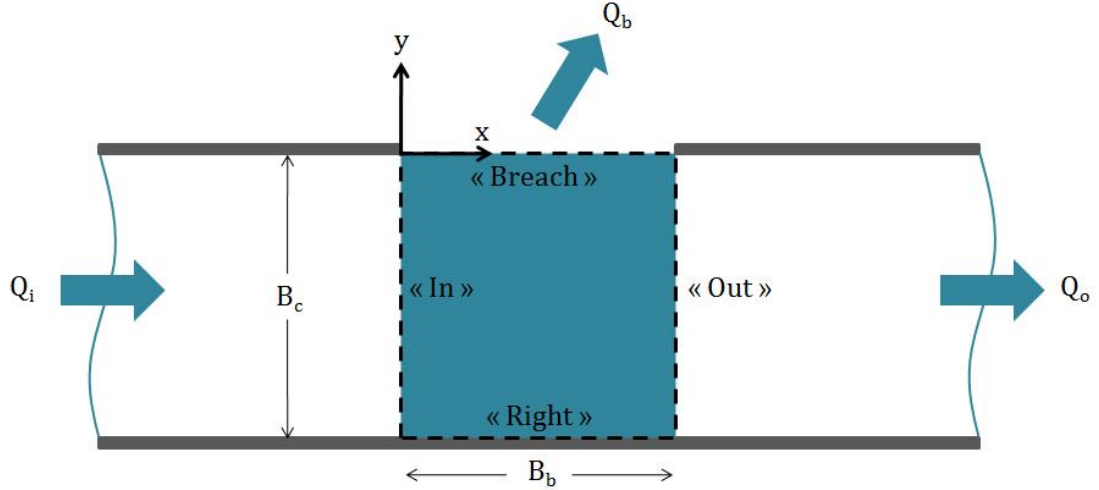


FIGURE 4.1 – Conventions et première disposition du volume de contrôle

à 10 inconnues (3 débits $\langle q_x \rangle$, 3 débits $\langle q_y \rangle$ et 4 hauteurs $\langle h \rangle$). Pour en arriver là, il faut cependant encore être en mesure de déterminer les moyennes $\langle \dots \rangle$ des termes non-linéaires composés à partir de ces inconnues de base. Quoiqu'il en soit, la description du problème est pour le moment insuffisante puisqu'on ne dispose que de 3 équations. Supposons d'une part que pour la frontière en rive droite du canal, la valeur de $\langle gh_r^2/2 \rangle$ puisse être déterminée à partir des valeurs de $\langle h_i \rangle$ et $\langle h_o \rangle$, et d'autre part que pour les frontières perméables, la direction relative des débits spécifiques par rapport aux frontières puisse également être fixée *a priori*. En considérant que le débit qui alimente le canal en amont de la brèche est une donnée du problème, il reste alors 5 inconnues pour 3 équations.

Deux équations doivent donc être ajoutées aux équations de continuité et de quantité de mouvement pour fermer le système. Cela correspond tout à fait aux caractéristiques de l'écoulement : le régime d'écoulement dans le canal étant infra-critique, une condition limite aval doit être fixée en chaque frontière par laquelle l'écoulement sort du système. Au niveau de la section *out*, cette condition limite correspond *grosso modo* à la relation de déversoir $q_o(h_o)$ requise dans les simulations WOLF 2D¹. Au niveau de la section de la brèche, on peut également disposer d'une relation $q_b(h_b)$ exprimant que l'écoulement atteint le régime critique lorsqu'il franchit la brèche.

Les bases du modèle concentré sont ainsi posées. Il est défini comme un volume de contrôle auquel sont appliquées les équations de conservation de la masse et de la quantité de mouvement ainsi que les conditions aux limites adéquates. Les 2

1. De façon plus rigoureuse, cette relation doit inclure le calcul de la ligne d'eau entre l'abscisse où se trouve le déversoir et l'abscisse de la section *out* du volume de contrôle. Cependant, le frottement dans le canal est faible, et pour la clarté des équations, cette correction ne sera apportée que lors de la discussion du modèle concentré (chapitre 6).

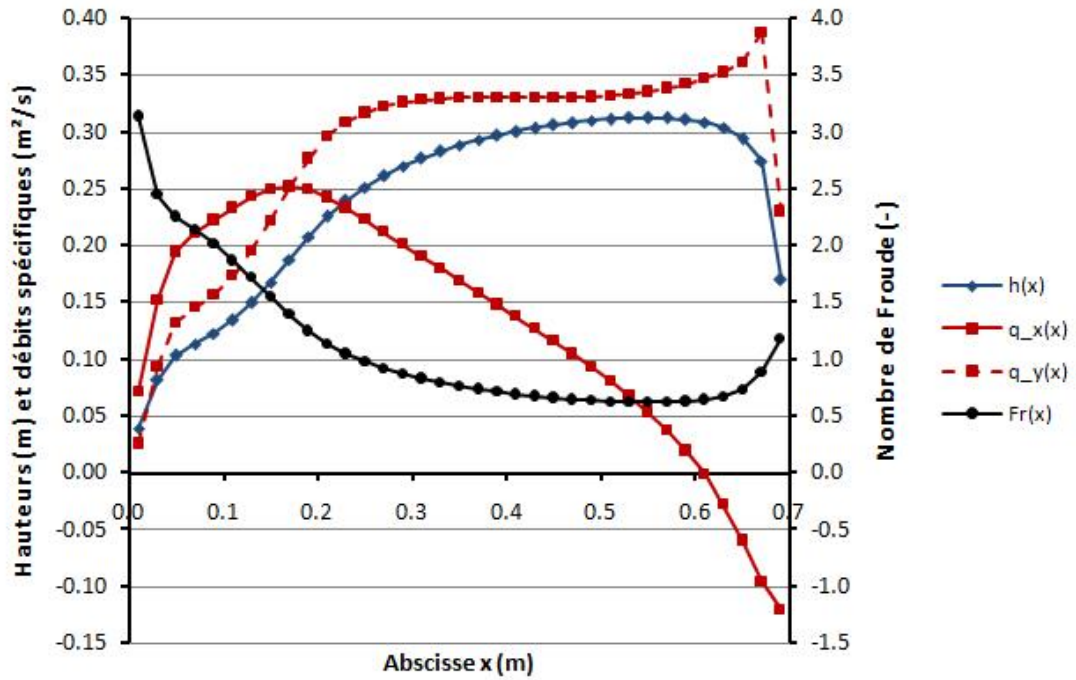


FIGURE 4.2 – Exemple de profils de hauteur, débits spécifiques et nombre de FROUDE sur la section de la brèche — Cas B70-Q300-H50

sections suivantes s'intéressent aux caractéristiques de l'écoulement au niveau de la brèche et dans le canal : les conclusions de ces parties conduiront à modifier la définition du volume de contrôle de la Figure 4.1 pour simplifier le calcul des moyennes $\langle \dots \rangle$. La section 4.4 rétablira donc les équations (4.3) à (4.5) sur le nouveau volume de contrôle.

4.2 Propriétés intéressantes de la section critique

La Figure 4.2 présente à titre illustratif les profils de hauteur d'eau et de débits spécifiques sur la section de la brèche. Ce graphique met en évidence la difficulté de la tâche à réaliser, puisque d'après ce qui précède, il s'agit de définir une hauteur h_b , un débit $q_{x,b}$ et un débit $q_{y,b}$ qui permettront :

- de construire les valeurs de $\langle q_{y,b} \rangle$, $\langle q_{x,b} q_{y,b} / h_b \rangle$, $\langle q_{y,b}^2 / h_b \rangle$ et $\langle \frac{1}{2} g h_b^2 \rangle$ à partir de coefficients empiriques ;
- d'établir de façon robuste une relation $q_b(h_b)$ de type écoulement critique, alors que la Figure 4.2 montre clairement que l'écoulement traversant la section de la brèche est en partie supercritique et en partie infracritique.

Sur base de ce constat, on peut se demander s'il ne serait pas plus opportun de modifier la définition de cette frontière du volume de contrôle et de remplacer la *section de la brèche* par la *section critique*, c'est-à-dire par le lieu des points

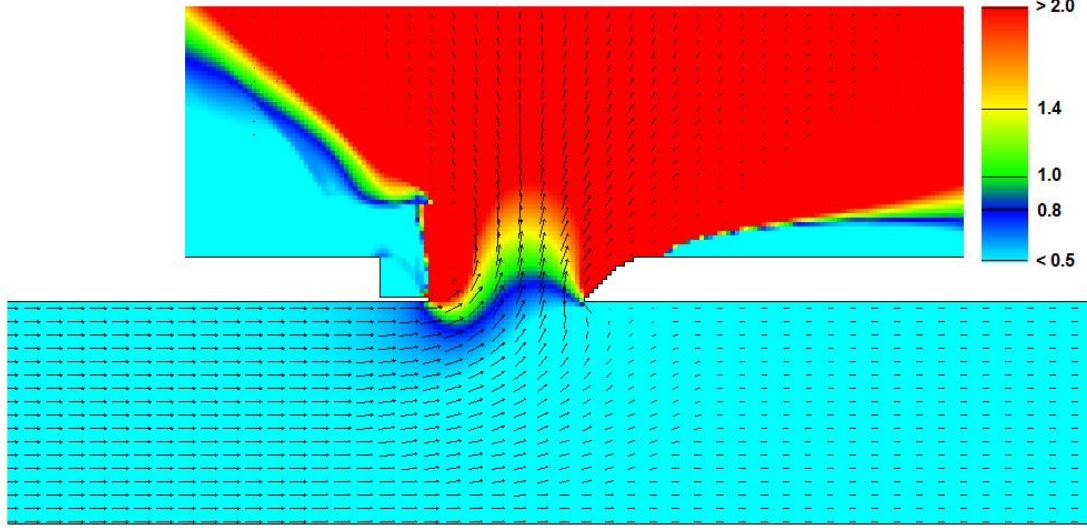


FIGURE 4.3 – Valeurs du nombre de FROUDE près de la brèche (échelle de couleurs) et champ de débits spécifiques (vecteurs) — Cas B70-Q300-H50

pour lesquels le nombre de FROUDE est unitaire. Comme ROGER, DEWALS et al. (2009) l’avaient déjà mis en évidence et comme le montre la Figure 4.3, cette section critique prend une forme caractéristique de « S ». L’utilisation de la section critique comme frontière du volume de contrôle demande évidemment de paramétrer cette forme en fonction des inconnues du problème, mais comme le montre la suite, ce choix se révèle être très intéressant. En plus de respecter rigoureusement la relation $q_b = \sqrt{gh_b^3}$ en tout point, les distributions des hauteurs d’eau et débits spécifiques y sont en effet plus régulières.

4.2.1 Conservation de l’énergie sur la section critique

En dérivant l’expression de Bernoulli donnant l’énergie intégrée sur la hauteur d’un écoulement 2D hydrostatique (grandeur notée E et exprimée en m), on obtient le gradient suivant :

$$\begin{aligned}\vec{\nabla}E &= \vec{\nabla}\left(h + \frac{q^2}{2gh^2}\right) \\ &= (1 - \text{Fr}^2)\vec{\nabla}h + \frac{q}{gh^2}\vec{\nabla}q\end{aligned}\tag{4.6}$$

En l’absence de frottement, la conservation de l’énergie implique que ce gradient soit nul. Sur la section critique, cette hypothèse conduit à la conclusion que le gradient $\vec{\nabla}q$ est également nul, c’est-à-dire que la norme du débit spécifique y passe par un extrémum. Sur cette même section critique, la valeur de $\vec{\nabla}h$ ne peut être déduite de l’expression (4.6), mais on peut cependant encore remarquer la chose suivante : si la norme du débit spécifique est constante le long de la section critique

(gradient nul), alors la hauteur d'eau y est également constante par définition de l'écoulement critique. Par conséquent, si la norme de $\vec{\nabla}h$ reste indéterminée, la direction de ce gradient est connue : il est perpendiculaire à la section critique.

Ce raisonnement suppose l'absence de toutes pertes de charge. Les résultats des simulations WOLF 2D permettent de valider l'application de ce raisonnement aux situations où le frottement est faible². Le Tableau 4.1 donne pour différentes configurations les valeurs des moyennes et des écarts-types des hauteurs d'eau interpolées sur la section critique. Ces résultats ont été obtenus par des interpolations linéaires des matrices de nombre de FROUDE et de hauteur d'eau. Les « données filtrées » font référence aux moyennes et écart-types obtenus en ne tenant pas compte des valeurs de hauteur d'eau aux deux mailles formant les extrémités de la section critique. En effet, la finesse du maillage n'est sans doute pas suffisante pour représenter correctement le comportement local de l'écoulement en ces endroits.

Simulation	Données brutes			Données filtrées		
	μ (m)	σ (m)	μ/σ (-)	μ (m)	σ (m)	μ/σ (-)
B70-Q300-H50	0,2479	0,0029	$1,2 \cdot 10^{-2}$	0,2484	0,0003	$1,2 \cdot 10^{-3}$
B70-Q300-H40	0,2188	0,0079	$3,6 \cdot 10^{-2}$	0,2207	0,0004	$2,0 \cdot 10^{-3}$
B70-Q230-H52	0,2367	0,0018	$0,8 \cdot 10^{-2}$	0,2369	0,0015	$6,5 \cdot 10^{-3}$
B70-Q200-H40	0,1950	0,0013	$0,7 \cdot 10^{-2}$	0,1952	0,0001	$0,7 \cdot 10^{-3}$
B50-Q300-H50	0,2684	0,0054	$2,0 \cdot 10^{-2}$	0,2691	0,0015	$5,5 \cdot 10^{-3}$
B50-Q300-H40	0,2330	0,0049	$2,1 \cdot 10^{-2}$	0,2337	0,0008	$3,3 \cdot 10^{-3}$
B50-Q200-H50	0,2487	0,0028	$1,1 \cdot 10^{-2}$	0,2489	0,0026	$10,3 \cdot 10^{-3}$
B50-Q200-H40	0,2123	0,0034	$1,6 \cdot 10^{-2}$	0,2128	0,0014	$6,4 \cdot 10^{-3}$
B30-Q300-H50	0,2925	0,0072	$2,5 \cdot 10^{-2}$	0,2937	0,0006	$2,0 \cdot 10^{-3}$
B30-Q300-H40	0,2486	0,0079	$3,2 \cdot 10^{-2}$	0,2500	0,0014	$5,6 \cdot 10^{-3}$
B30-Q200-H50	0,2776	0,0066	$2,4 \cdot 10^{-2}$	0,2787	0,0021	$7,7 \cdot 10^{-3}$
B30-Q200-H40	0,2322	0,0048	$2,1 \cdot 10^{-2}$	0,2331	0,0005	$2,1 \cdot 10^{-3}$

TABLE 4.1 – Moyennes μ et écart-types σ des profils de hauteurs d'eau sur la section critique

Cette observation permet une grande simplification des termes intervenant dans les équations de continuité et de quantité de mouvement : seul le profil des directions de l'écoulement le long de la section critique reste à déterminer. Les développements de la sous-section suivante montrent que ce profil est intimement lié à la forme de la section critique et qu'il est donc possible de limiter le nombre de paramètres empiriques pour le définir.

2. Pour rappel, les simulations utilisées ici n'utilisent pas de schémas de turbulence puisqu'il s'est avéré que leur emploi ne modifie pas de manière significative les valeurs des débits déviés.

4.2.2 Relation entre direction de l'écoulement et forme de la section critique

D'après les conclusions de la sous-section précédente, la quantité d'information dont on dispose sur la section critique est assez importante : informations concernant les inconnues ($Fr = 1$), mais aussi leurs dérivées ($\vec{\nabla}q$ nul, $\vec{\nabla}h$ orienté perpendiculairement à la section critique). Au vu de cette quantité d'information, on peut tenter de réécrire les équations de continuité et de quantité de mouvement sur la section critique dans le but d'en tirer une relation donnant le profil des directions de l'écoulement le long de cette section : c'est ce qui est fait ici.

Les équations (4.8) à (4.10) correspondent aux équations 2D stationnaires dans lesquelles on a procédé au changement de variable (4.7), qui constitue la définition de l'angle $\theta \in] - \pi; \pi]$, direction de l'écoulement par rapport à l'axe des x :

$$\begin{cases} q_x = q \cos \theta \\ q_y = q \sin \theta \end{cases} \quad (4.7)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} (q \cos \theta) + \frac{\partial}{\partial y} (q \sin \theta) = 0 \quad (4.8)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{q^2 \cos^2 \theta}{h} + \frac{gh^2}{2} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{q^2 \sin \theta \cos \theta}{h} \right) = 0 \quad (4.9)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{q^2 \sin \theta \cos \theta}{h} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{q^2 \sin^2 \theta}{h} + \frac{gh^2}{2} \right) = 0 \quad (4.10)$$

Sur la section critique, ces équations peuvent être simplifiées en développant les dérivées partielles et en annulant les dérivées de la norme q du débit spécifique. L'équation de continuité (4.8) devient alors :

$$- \sin \theta \frac{\partial \theta}{\partial x} + \cos \theta \frac{\partial \theta}{\partial y} = 0 \quad (4.11)$$

Quant aux équations de quantité de mouvement (4.9) et (4.10), elles deviennent :

$$gh \frac{\partial h}{\partial x} - \frac{q^2 \cos \theta}{h^2} \left(\cos \theta \frac{\partial h}{\partial x} + \sin \theta \frac{\partial h}{\partial y} \right) + \frac{q^2}{h} \left(- \sin 2\theta \frac{\partial \theta}{\partial x} + \cos 2\theta \frac{\partial \theta}{\partial y} \right) = 0 \quad (4.12)$$

$$gh \frac{\partial h}{\partial y} - \frac{q^2 \sin \theta}{h^2} \left(\cos \theta \frac{\partial h}{\partial x} + \sin \theta \frac{\partial h}{\partial y} \right) + \frac{q^2}{h} \left(\cos 2\theta \frac{\partial \theta}{\partial x} + \sin 2\theta \frac{\partial \theta}{\partial y} \right) = 0 \quad (4.13)$$

En utilisant les propriétés des fonctions trigonométriques et l'équation de continuité, les derniers termes des équations de quantité de mouvement peuvent être

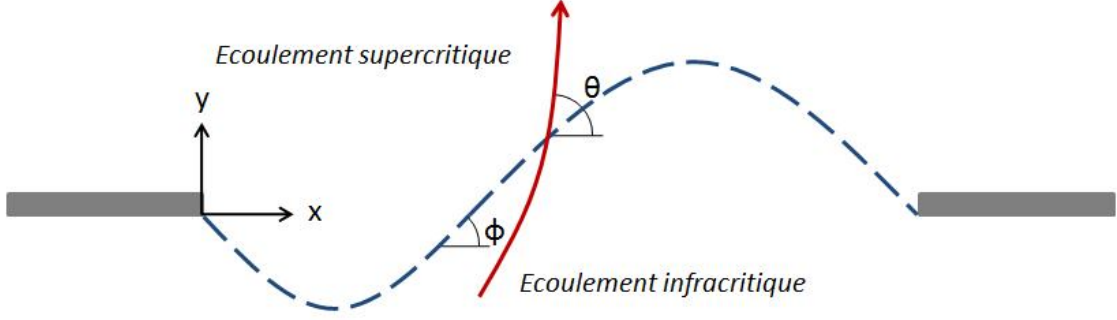


FIGURE 4.4 – Représentation des angles ϕ et θ

retravaillés de façon à faire disparaître les $\sin 2\theta$ et $\cos 2\theta$. Il vient alors :

$$gh \frac{\partial h}{\partial x} - \frac{q^2 \cos \theta}{h^2} \left(\cos \theta \frac{\partial h}{\partial x} + \sin \theta \frac{\partial h}{\partial y} \right) - \frac{q^2 \sin \theta}{h} \left(\cos \theta \frac{\partial \theta}{\partial x} + \sin \theta \frac{\partial \theta}{\partial y} \right) = 0 \quad (4.14)$$

$$gh \frac{\partial h}{\partial y} - \frac{q^2 \sin \theta}{h^2} \left(\cos \theta \frac{\partial h}{\partial x} + \sin \theta \frac{\partial h}{\partial y} \right) + \frac{q^2 \cos \theta}{h} \left(\cos \theta \frac{\partial \theta}{\partial x} + \sin \theta \frac{\partial \theta}{\partial y} \right) = 0 \quad (4.15)$$

Pour la suite des développements, on exprime les dérivées partielles de h et de θ en introduisant les gradients de ces grandeurs. En effet si les amplitudes de ces gradients ne sont pas connues, leurs directions le sont bien :

- le gradient de h est perpendiculaire à la section critique
- le gradient de θ est parallèle à la direction de l'écoulement, d'après l'équation de continuité (4.11)

En représentant par $\phi \in] -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}[$ l'angle que fait localement la section critique par rapport à l'axe des x , on peut donc écrire :

$$\begin{cases} \frac{\partial h}{\partial x} = \|\vec{\nabla} h\| \cos \left(\phi - \frac{\pi}{2} \right) = \|\vec{\nabla} h\| \sin \phi \\ \frac{\partial h}{\partial y} = \|\vec{\nabla} h\| \sin \left(\phi - \frac{\pi}{2} \right) = -\|\vec{\nabla} h\| \cos \phi \end{cases} \quad (4.16)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial \theta}{\partial x} = \|\vec{\nabla} \theta\| \cos \theta \\ \frac{\partial \theta}{\partial y} = \|\vec{\nabla} \theta\| \sin \theta \end{cases} \quad (4.17)$$

Pour plus de clarté, les définitions des angles θ et ϕ sont illustrées à la Figure 4.4.

En injectant les expressions (4.16) et (4.17) dans les équations de quantité de mouvement, on obtient :

$$gh \|\vec{\nabla} h\| \sin \phi + \frac{q^2}{h^2} \|\vec{\nabla} h\| \cos \theta \sin (\theta - \phi) - \frac{q^2}{h} \|\vec{\nabla} \theta\| \sin \theta = 0 \quad (4.18)$$

$$-gh \|\vec{\nabla} h\| \cos \phi + \frac{q^2}{h^2} \|\vec{\nabla} h\| \sin \theta \sin (\theta - \phi) + \frac{q^2}{h} \|\vec{\nabla} \theta\| \cos \theta = 0 \quad (4.19)$$

Finalement, en combinant ces deux dernières équations³, on obtient l'expression de la norme du gradient de θ , gradient dont la direction est déjà donnée par l'équation de continuité (4.11) :

$$\begin{aligned}\|\vec{\nabla}\theta\| &= \frac{\|\vec{\nabla}h\|}{h} \frac{1}{Fr^2} \cos(\theta - \phi) \\ &= \frac{\|\vec{\nabla}h\|}{h} \cos(\theta - \phi)\end{aligned}\tag{4.20}$$

On a ainsi obtenu une relation entre la forme de la section critique (forme dont on déduit les valeurs de l'angle ϕ) et la direction de l'écoulement qui la traverse. Cette équation pourra servir de support lorsqu'il s'agira de déterminer au cas par cas le profil de l'angle θ sur la section critique : ce sera l'objet du chapitre 5. Avant d'en arriver là, il faut cependant encore vérifier que la forme de la section critique puisse être décrite d'une façon simple et suffisamment précise pour qu'elle puisse être exploitée dans le modèle concentré : c'est l'objet du point suivant.

4.2.3 Forme de la section critique

La Figure 4.5 montre comment évolue la forme de la section critique lorsque le nombre de FROUDE dans le canal augmente. Le nombre de FROUDE renseigné est celui de l'écoulement initial (avant formation de la brèche) puisque le chapitre 2 a montré qu'il existe une relation linéaire croissante entre le nombre de FROUDE de l'écoulement initial et ceux de l'écoulement stationnaire à l'amont et à l'aval de la brèche. L'influence est directement visible : lorsque le nombre de FROUDE augmente, la partie « rentrante » de la section critique prend plus d'importance au détriment de la partie « sortante ».

Malgré la déformation de la section critique avec le nombre de FROUDE, la structure de cette forme reste assez régulière dans la gamme des nombres de FROUDE repris sur la Figure 4.5. Cette figure montre en effet qu'il est possible d'approcher les différentes courbes tirées des simulations WOLF 2D au moyen de deux paraboles. Dès lors, la description de la forme en « S » par une fonction $y = f_b(x)$ ne requiert que trois paramètres, à savoir :

- x_{int} , l'abscisse en laquelle la section critique intersecte la section de la brèche
- y_{min} , le sommet de la première parabole
- y_{max} , le sommet de la seconde parabole

Pour les paraboles de la Figure 4.5, ces paramètres ne sont pas obtenus en minimisant la somme des carrés des écarts aux données numériques mais par une lecture directe des données. Le Tableau 4.2 renseigne la valeur des paramètres ainsi obtenus.

3. La première équation est multipliée par $\sin \phi$, la seconde par $-\cos \phi$.

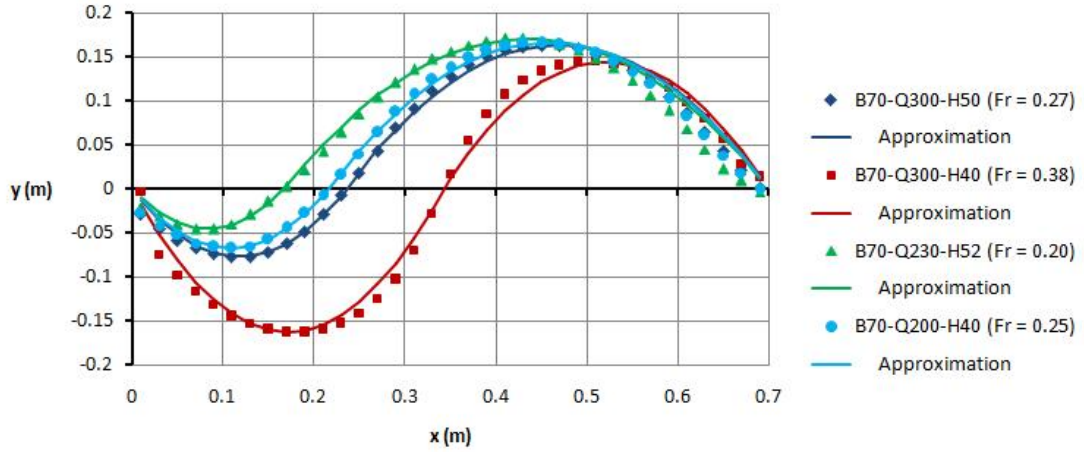


FIGURE 4.5 – Forme de la section critique pour différentes configurations — Résultats obtenus à partir des simulations WOLF 2D et approximation sous forme de deux paraboles

Simulation	x_{int} (m)	y_{min} (m)	y_{max} (m)	Σ/y_{max} (-)
B70-Q300-H50	0.236	-0.078	0.163	4%
B70-Q300-H40	0.343	-0.163	0.144	7%
B70-Q230-H52	0.167	-0.045	0.171	5%
B70-Q200-H40	0.216	-0.067	0.166	4%

TABLE 4.2 – Paramètres définissant les approximations de la Figure 4.5

nus, ainsi que l'écart moyen relatif (somme des valeurs absolues des écarts divisée par y_{max}).

La forme de la section critique peut donc être décrite avec peu de paramètres, paramètres qui dépendent clairement du nombre de FROUDE de l'écoulement dans le canal. Qu'en est-il de l'influence de la géométrie ? En particulier, est-il possible de construire une relation adimensionnelle donnant la forme de la section critique pour différentes largeurs de brèche ? Les graphiques de la Figure 4.6, qui reprennent, pour un même nombre de FROUDE initial, les sections critiques qui se forment dans des brèches de différentes largeurs, montrent qu'en rapportant les axes x et y à la largeur B_b de la brèche, ces différentes courbes se superposent très bien.

Cette dernière constatation donne un sens à tous les développements des sous-sections précédentes et justifie le recours à la section critique pour la délimitation du volume de contrôle au niveau de la brèche. En effet, à partir du nombre de FROUDE de l'écoulement initial et de la largeur de la brèche, il sera possible

1. de construire une frontière où les inconnues h et q sont constantes et liées par la définition du régime critique
2. d'obtenir la direction de l'écoulement traversant cette frontière (un paramètre

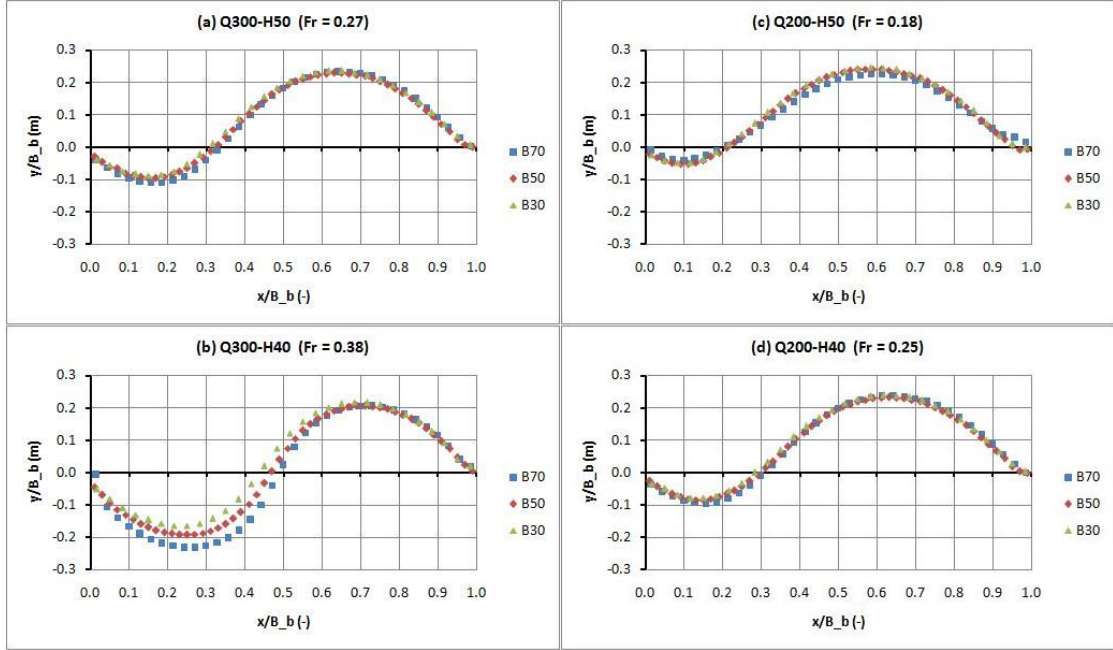


FIGURE 4.6 – Formes adimensionnelles des sections critiques pour différentes configurations

supplémentaire à fixer)

3. d'exprimer ainsi les termes intervenant dans les équations (4.3) à (4.5) du modèle concentré en fonction des inconnues h_b et q_b

4.3 Définition d'une zone d'influence de la brèche dans le canal

Dans la section 4.1, les équations (4.3) à (4.5) font intervenir des débits $q_{y,i}$ et $q_{y,o}$ en plus des débits $q_{x,i}$ et $q_{x,o}$. Ce ne serait pas le cas si les frontières *in* et *out* du volume de contrôle étaient suffisamment éloignées de la brèche pour que les débits traversant ces frontières soient alignés selon l'axe du canal : dans ce cas, les termes $\langle q_{x,i}q_{y,i}/h_i \rangle$ et $\langle q_{x,o}q_{y,o}/h_o \rangle$ de l'équation de quantité de mouvement selon l'axe y pourraient être négligés.

Le fait d'éloigner les frontières *in* et *out* de la brèche permettrait également d'obtenir des distributions de hauteurs h et de débits q_x plus uniformes en ces sections. De cette manière, les termes $\langle q_{x,i}^2/h_i \rangle$ et $\langle q_{x,o}^2/h_o \rangle$ intervenant dans l'équation de quantité de mouvement selon l'axe x pourraient être respectivement égalés à $\langle q_{x,i} \rangle^2 / \langle h_i \rangle = q_{x,i}^2 / h_i$ et $\langle q_{x,o} \rangle^2 / \langle h_o \rangle = q_{x,o}^2 / h_o$, ce qui terminerait de définir une grandeur « h » et « q » pour chaque frontière perméable du volume de contrôle.

Les positions des sections *in* et *out* du volume de contrôle devraient idéalement pouvoir être définies avant la résolution des équations du modèle concentré. Sur

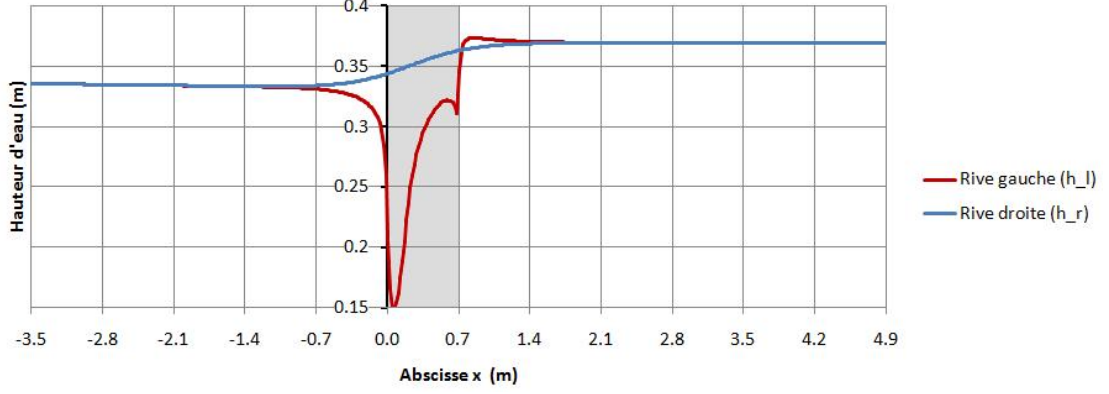


FIGURE 4.7 – Exemple d'évolution des hauteurs d'eau le long des rives du canal — B70-Q300-H50 (la section grisée représente la section de la brèche)

base des deux considérations précédentes, la suite de la présente section cherche donc à définir une « règle de bonne pratique » à partir des résultats des simulations WOLF 2D.

4.3.1 Equation de quantité de mouvement transversale

Pour déterminer les abscisses à partir desquelles les termes $\langle q_{x,i}q_{y,i}/h_i \rangle$ et $\langle q_{x,o}q_{y,o}/h_o \rangle$ de l'équation de quantité de mouvement selon l'axe y peuvent être négligés, on peut se référer aux profils de hauteur d'eau le long des rives du canal (Figure 4.7) : lorsque le profil transversal de hauteur d'eau devient pratiquement horizontal, il n'y a pratiquement plus de quantité de mouvement transversale dans l'écoulement.

En effet, l'intégration de l'équation de quantité de mouvement sur un volume de contrôle de dimensions $dx \times B_c$ permet d'écrire l'égalité suivante, où $h_r(x) = h(x, -B_c)$ et $h_l(x) = h(x, 0)$:

$$\frac{\partial}{\partial x} \langle \frac{q_x q_y}{h} \rangle = \frac{1}{2} g (h_r^2 - h_l^2) \quad (4.21)$$

Cette relation exprime, de façon plus précise, que lorsque le profil transversal de hauteur d'eau est pratiquement constant, la *variation* du terme $\langle q_x q_y / h \rangle$ est négligeable. On peut l'utiliser pour quantifier l'erreur introduite dans l'équation de quantité de mouvement selon y du fait de l'hypothèse de débits axiaux aux frontières *in* et *out*. Pour ce faire, on définit la différence relative entre les hauteurs $h_r(x)$ et $h_l(x)$:

$$\varepsilon = 2 \frac{h_r - h_l}{h_r + h_l} \quad (4.22)$$

ce qui permet de réécrire (4.21) sous la forme

$$\frac{\partial}{\partial x} \left\langle \frac{q_x q_y}{h} \right\rangle = g \varepsilon \left(\frac{h_r + h_l}{2} \right)^2 \quad (4.23)$$

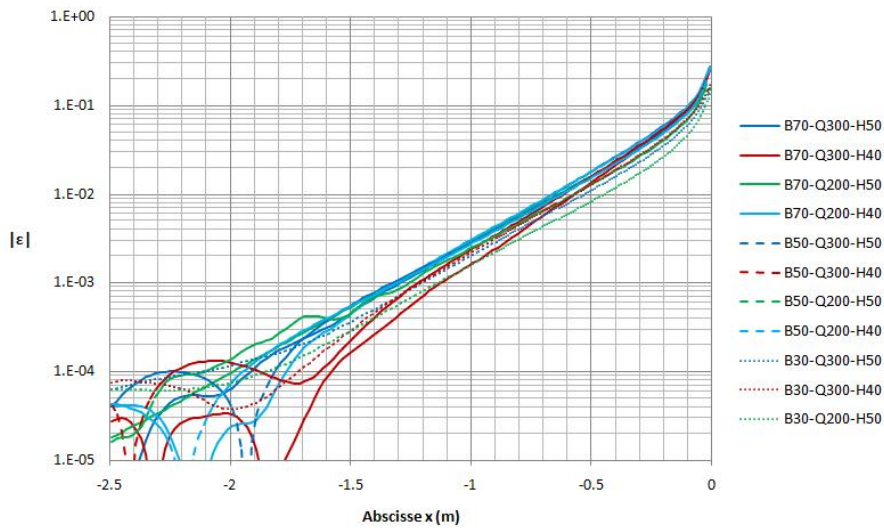
Supposons que les valeurs de $\varepsilon(x)$ varient linéairement depuis zéro aux extrémités du canal jusqu'à ε_i et ε_o aux frontières *in* et *out* du volume de contrôle respectivement. En considérant que toutes les hauteurs d'eau qui interviennent dans l'équation (4.5) de mouvement selon y sont du même ordre de grandeur qu'une hauteur « moyenne » h_m , on peut remarquer que les différents termes qui interviennent dans cette équation ont les ordres de grandeur suivants :

$$\begin{aligned} \left\langle \frac{1}{2} g h_r^2 \right\rangle B_b &\sim g h_m^2 B_b, & \left\langle \frac{q_{y,b}^2}{h_b} \right\rangle B_b &\sim g h_m^2 B_b, & \left\langle \frac{1}{2} g h_b^2 \right\rangle B_b &\sim g h_m^2 B_b \\ \left\langle \frac{q_{x,i} q_{y,i}}{h_i} \right\rangle B_c &\sim g \varepsilon_i^2 h_m^2 B_c^2, & \left\langle \frac{q_{x,o} q_{y,o}}{h_o} \right\rangle B_c &\sim g \varepsilon_o^2 h_m^2 B_c^2 \end{aligned}$$

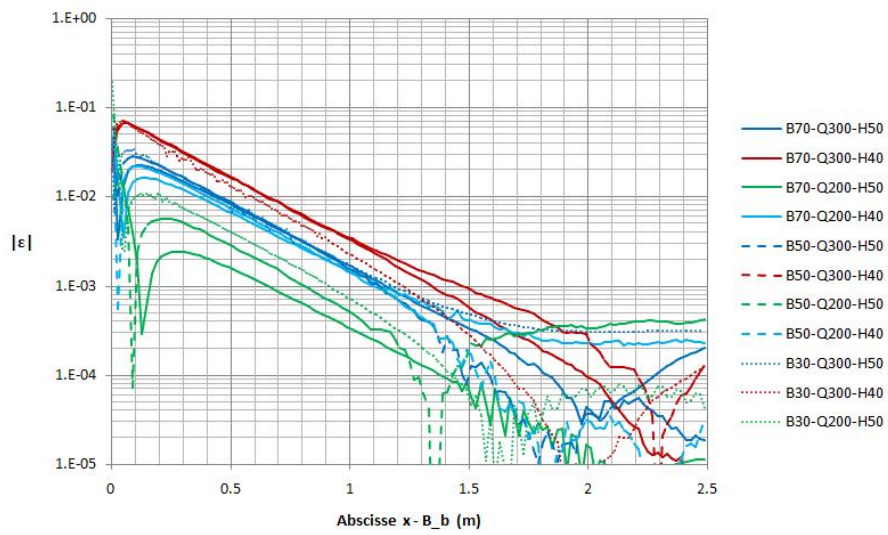
On voit donc que les carrés des ε au niveau des sections *in* et *out* donnent l'ordre de grandeur de l'erreur qui est introduite dans le système lorsqu'on néglige la contribution des termes $\langle q_{x,i} q_{y,i} / h_i \rangle$ et $\langle q_{x,o} q_{y,o} / h_o \rangle$ à la quantité de mouvement transversale⁴.

Sur base de ces considérations, les Figures 4.8 (a) et (b), qui représentent les valeurs de $|\varepsilon|$ pour différentes configurations, peuvent servir de référence pour le choix de la taille du volume de contrôle. A l'amont de la brèche, on constate que le nombre de FROUDE de l'écoulement initial et la largeur de la brèche n'ont pratiquement pas d'influence sur l'évolution de ce paramètre. Il est donc logique de placer la section *in* en une position fixe, par exemple en $x = -B_c$. A l'aval de la brèche par contre, le profil de $\varepsilon(x)$ varie en fonction du nombre de FROUDE et de la largeur de la brèche. On peut cependant remarquer que ces profils sont les symétriques des profils correspondants de la Figure 4.8 (a), *l'axe de symétrie étant placé à l'abscisse $x = x_{\text{int}}$ qui est utilisée à la section 4.2 pour définir la forme de la section critique*. C'est ce qui est illustré à la Figure 4.8 (c). Si la frontière *in* est placée à une distance égale à $B_c + x_{\text{int}}$ du point $x = x_{\text{int}}$, on peut donc placer la frontière *out* à la même distance à l'aval de ce point pour obtenir le même degré de précision : l'abscisse de cette dernière frontière est donc donnée par $x = B_c + 2x_{\text{int}} - B_b$, expression qui intègre à la fois la dépendance au nombre de FROUDE (*via* x_{int}) et à la largeur de la brèche.

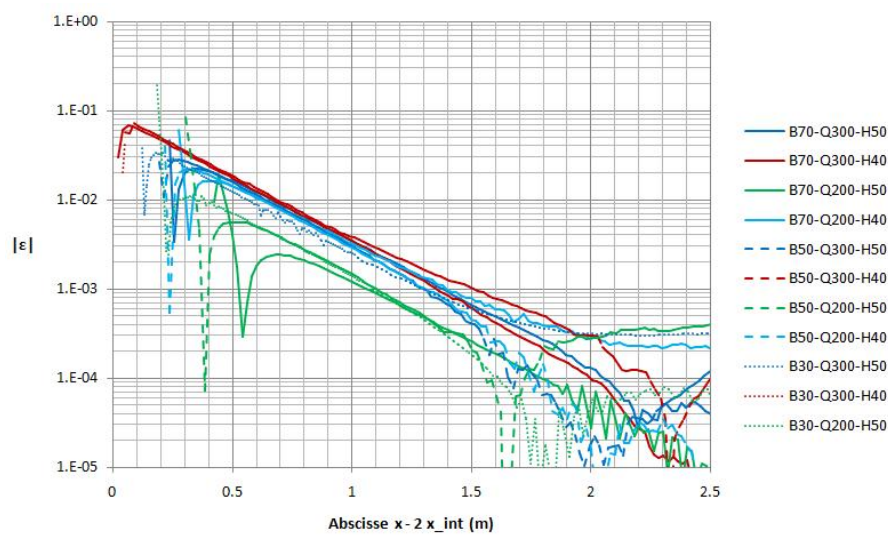
4. En réalité, l'erreur est plus faible que cela puisque les $\varepsilon(x)$ ne varient pas linéairement mais exponentiellement de 0 à ε_i ou ε_o (Figure 4.8).



(a) A l'amont de la brèche



(b) A l'aval de la brèche



(c) A l'aval de la brèche — Axe des x traduité

FIGURE 4.8 – Evolution du paramètre $|\varepsilon|$ le long du canal

4.3.2 Equation de quantité de mouvement axiale

En ce qui concerne l'équation (4.4) de quantité de mouvement selon x , l'objectif d'une augmentation de la dimension du volume de contrôle a pour but de pouvoir définir des valeurs h_i , $q_{x,i}$, h_o et $q_{x,o}$ constantes sur la largeur du canal et ainsi de simplifier les termes en $\langle q_x^2/h \rangle$ et en $\langle gh^2 \rangle$.

Les distances au bout desquelles les profils transversaux de hauteurs d'eau deviennent pratiquement constants sont déjà indiquées par la Figure 4.8 puisqu'en une abscisse x , les hauteurs h_r et h_l sont les extréma du profil transversal de hauteur d'eau. Si on suppose une variation linéaire entre h_r et h_l , on peut exprimer les termes $\langle \frac{1}{2}gh_i^2 \rangle B_c$ et $\langle \frac{1}{2}gh_o^2 \rangle B_c$ en utilisant la définition (4.22) de ε :

$$\langle \frac{1}{2}gh_i^2 \rangle B_c = \frac{1}{2}g\langle h_i \rangle^2 \left(1 + \frac{\varepsilon_i^2}{12} \right) \quad (4.24)$$

$$\langle \frac{1}{2}gh_o^2 \rangle B_c = \frac{1}{2}g\langle h_o \rangle^2 \left(1 + \frac{\varepsilon_o^2}{12} \right) \quad (4.25)$$

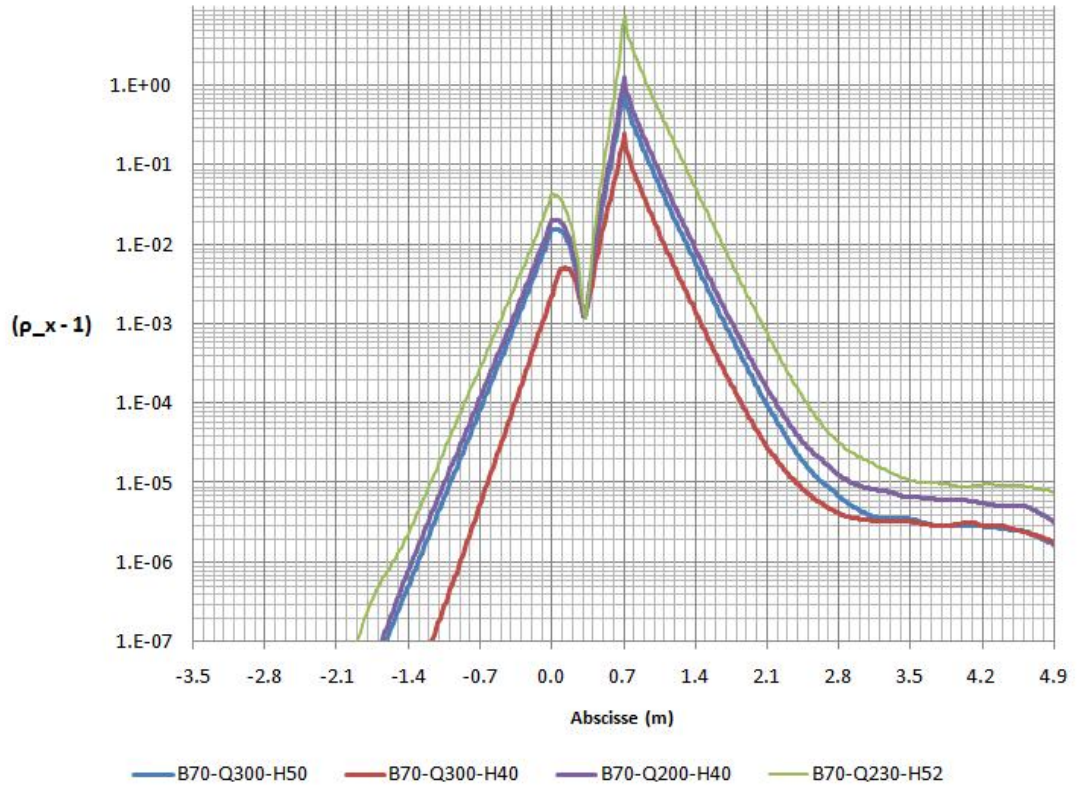
Ces expressions montrent que, pour ce qui concerne la répartition transversale des hauteurs d'eau, l'erreur introduite dans l'équation de quantité de mouvement selon x par des frontières *in* et *out* placées trop près de la brèche n'est pas plus importante que celle introduite dans l'équation selon y . Les positions des sections *in* et *out* définies au point précédent ne doivent donc pas être modifiées.

Pour repérer les distances au bout desquelles le profil des q_x devient suffisamment constant pour pouvoir assimiler $\langle q_x^2 \rangle$ à $\langle q_x \rangle^2$, on calcule le coefficient d'inégale répartition des débits axiaux de la manière suivante :

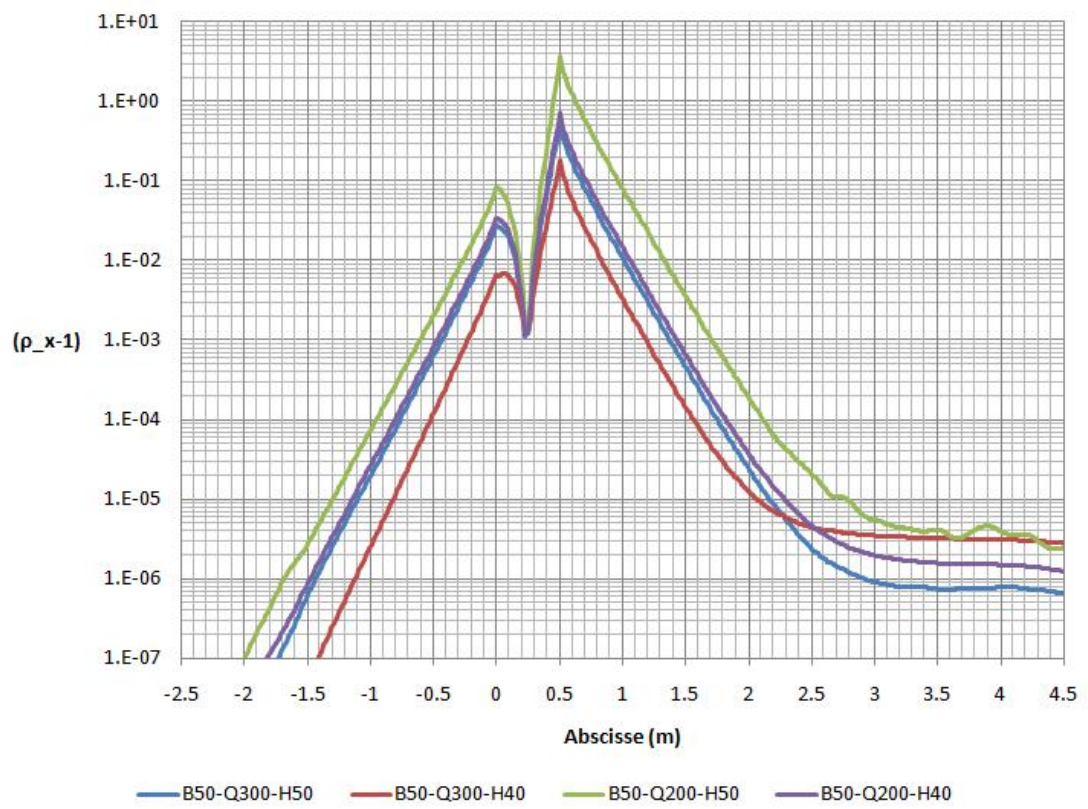
$$\rho_x = \frac{\langle q_x^2 \rangle}{\langle q_x \rangle^2} \quad (4.26)$$

L'évolution de ce coefficient est représentée à la Figure 4.9 (on représente plutôt $(\rho_x - 1)$ afin de pouvoir utiliser un axe logarithmique). Sans étudier plus en détail la valeur de l'erreur sur ρ_x qui permettrait d'être consistant avec l'erreur sur ε , remarquons que la tendance qui se dégage de ses courbes est à l'opposée de celle des courbes de ε : la zone d'influence de la brèche dans le canal augmente lorsque le nombre de FROUDE *diminue*. Cela est dû à la recirculation qui s'opère dans le canal à l'aval de la brèche : lorsque le nombre de FROUDE est faible, elle peut se développer largement, et contribue à donner en cet endroit des valeurs élevées au coefficient d'inégale répartition des débits q_x .

Tel qu'il a été défini à la section précédente, le volume de contrôle *diminue* lorsque le nombre de FROUDE diminue. Malgré ce fait, il est possible de conserver la définition du volume de contrôle basée sur les profils de ε sans introduire d'erreur dans le modèle, même pour les situations où l'hypothèse $\rho_{x,i} = \rho_{x,o} = 1$ n'est pas



(a) Brèche de 70 cm



(b) Brèche de 50 cm

FIGURE 4.9 – Evolution de $(\rho_x - 1)$ le long du canal

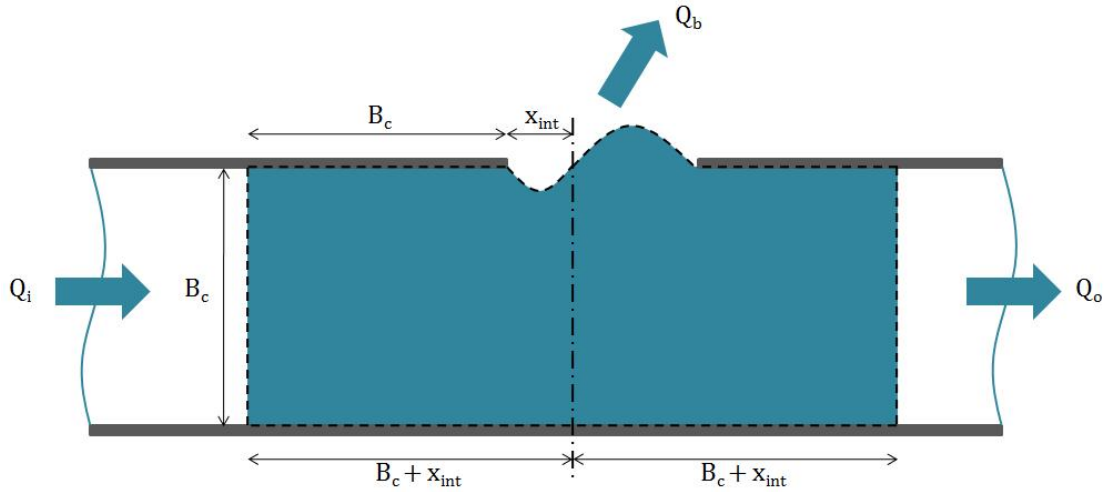


FIGURE 4.10 – Définition finale du volume de contrôle

rigoureuse. En effet, cette définition permet de négliger les termes $\langle q_{x,i}q_{y,i}/h_i \rangle$ et $\langle q_{x,o}q_{y,o}/h_o \rangle$ dans l'équation (4.4) de quantité de mouvement selon y . Augmenter d'avantage la taille du volume de contrôle ne modifierait donc pas cette équation de quantité de mouvement (ajout de termes qui se compensent). Or, un déplacement des sections *in* et *out* n'est pas perçu par l'équation (4.5) de quantité de mouvement selon x , et encore moins par l'équation (4.3) de continuité. Dès lors, une augmentation de la taille du volume de contrôle au-delà de sa définition actuelle $(2B_c + 2x_{int}) \times B_c$, s'il elle s'avérait nécessaire d'un point de vue purement conceptuel, ne changerait en rien les équations du modèle concentré.

4.4 Etablissement des équations du modèle concentré

Les sections 4.2 et 4.3 ont montré comment faire évoluer la définition du volume de contrôle du modèle concentré de façon à simplifier la définition des inconnues du problème (Figure 4.10). En effet, en choisissant de placer les trois frontières perméables du volume de contrôle de telle façon que les normes des inconnues y soient constantes et que les directions des particules fluides y soient connues, il a été possible de définir une valeur représentative de h et de q pour chacune de ces frontières. Pour appliquer ces modifications au modèle concentré, les équations de départ supposant un volume de contrôle rectangulaire de dimensions $B_c \times B_b$ (équations (4.3) à (4.5) de la page 33) doivent être redéfinies.

4.4.1 Intégrales curvilignes sur les frontières rectilignes

En intégrant les équations 2D stationnaires sur le nouveau volume de contrôle selon la procédure (4.2), on obtient des intégrales curvilignes sur la frontière \mathcal{F}^+ . Sur les sections *in* et *out*, les inconnues sont constantes et l'intégration est donc immédiate. Sur les frontières imperméables du volume de contrôle, c'est-à-dire sur les rives gauche et droite du canal, les intégrales de $gh^2/2$ peuvent être exprimées en fonction d'une hauteur de référence (soit h_i , soit h_o), de la longueur B de la frontière et de coefficients empiriques χ qui seront définis de la façon suivante :

$$\chi_k = \frac{1}{\frac{1}{2}gh_{\text{ref},k}^2 B_k} \int_{B_k} \frac{gh^2}{2} dx \quad (4.27)$$

Le Tableau 4.3 reprend, pour chaque bord imperméable, la hauteur de référence et la longueur du bord afin de clarifier la lecture des équations suivantes.

Bord	Indice k	$h_{\text{ref},k}^2$	B_k
Rive droite	r	$(h_i^2 + h_o^2)/2$	$2B_c + 2x_{\text{int}}$
Rive gauche — amont	$l1$	h_i^2	B_c
Rive gauche — aval	$l2$	h_o^2	$B_c + 2x_{\text{int}} - B_b$

TABLE 4.3 – Définition des coefficients d'inégale répartition des hauteurs d'eau

Sur base de ces définitions, les équations du modèle concentré deviennent donc :

$$-q_i B_c + q_o B_c + \int_{\mathcal{F}_b^+} q_x dy - q_y dx = 0 \quad (4.28)$$

$$-\left(\frac{q_i^2}{h_i} + \frac{gh_i^2}{2}\right) B_c + \left(\frac{q_o^2}{h_o} + \frac{gh_o^2}{2}\right) B_c + \int_{\mathcal{F}_b^+} \left(\frac{q_x^2}{h} + \frac{gh^2}{2}\right) dy - \left(\frac{q_x q_y}{h}\right) dx = 0 \quad (4.29)$$

$$\begin{aligned} & \left(\chi_{l1} B_{l1} - \chi_r \frac{B_r}{2}\right) \frac{gh_i^2}{2} + \left(\chi_{l2} B_{l2} - \chi_r \frac{B_r}{2}\right) \frac{gh_o^2}{2} \\ & + \int_{\mathcal{F}_b^+} \left(\frac{q_x q_y}{h}\right) dy - \left(\frac{q_y^2}{h} + \frac{gh^2}{2}\right) dx = 0 \quad (4.30) \end{aligned}$$

4.4.2 Intégrales curvilignes sur la section critique

La section critique ayant une forme courbe, quelques développements supplémentaires sont nécessaires pour obtenir les termes intervenant dans les équations (4.28) à (4.30).

Soit $\vec{\gamma}_b$, un paramétrage de la courbe \mathcal{F}_b , continûment dérivable par morceaux et défini de la manière suivante :

$$\vec{\gamma}_b : [0; B_b] \rightarrow \mathbb{R}^2 \quad \lambda \rightarrow \vec{\gamma}_b(\lambda) = \begin{pmatrix} -\lambda \\ f_b(B_b - \lambda) \end{pmatrix} \quad (4.31)$$

Ce paramétrage respecte l'orientation du contour du volume de contrôle imposée par l'utilisation de la formule de GREEN (section critique parcourue de droite à gauche). La fonction f_b est la fonction qui décrit la forme de la section critique au moyen de deux paraboles (cf. section 4.2) dans le système d'axe défini à la Figure 4.1.

Par définition, l'intégrale curviligne d'une fonction $\vec{g} = (g_1 \ g_2)^T$ sur un chemin $\vec{\gamma} = (\gamma_1(\lambda) \ \gamma_2(\lambda))^T : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}^2$ est donnée par l'expression suivante, où D_λ représente l'opérateur de dérivation totale (SALMON, 2007) :

$$\int_{\vec{\gamma}} g_1 dx + g_2 dy = \int_a^b \vec{g}(\gamma_1(\lambda), \gamma_2(\lambda)) \cdot D_\lambda \vec{\gamma}(\lambda) d\lambda \quad (4.32)$$

Pour le paramétrage $\vec{\gamma}_b$ défini en (4.31), la dérivée du paramétrage vaut, en introduisant l'angle ϕ déjà utilisé plus haut :

$$D_\lambda \vec{\gamma}_b(\lambda) = \begin{pmatrix} -1 \\ -\tan \phi(\lambda) \end{pmatrix} \quad (4.33)$$

En utilisant ces définitions et en exprimant les débits au moyen de leur norme q et de leur direction θ selon la relation (4.7), les termes intervenant dans les différentes équations (4.28) à (4.30) deviennent :

– Equation de continuité

$$\begin{aligned} \int_{\vec{\gamma}_b} q_x dy - q_y dx &= \int_0^{B_b} (-q_b \cos \theta \tan \phi + q_b \sin \theta) d\lambda \\ &= q_b \int_0^{B_b} \frac{-\cos \theta \sin \phi + \sin \theta \cos \phi}{\cos \phi} d\lambda \\ &= q_b \int_0^{B_b} \frac{\sin(\theta - \phi)}{\cos \phi} d\lambda \end{aligned} \quad (4.34)$$

– Equation de quantité de mouvement selon x

$$\begin{aligned} \int_{\vec{\gamma}_b} \left(\frac{q_x^2}{h} + \frac{gh^2}{2} \right) dy - \left(\frac{q_x q_y}{h} \right) dx &= \int_0^{B_b} \left[\frac{q_b^2}{h_b} \cos \theta (-\cos \theta \tan \phi + \sin \theta) - \frac{gh_b^2}{2} \tan \phi \right] d\lambda \\ &= \frac{q_b^2}{h_b} \int_0^{B_b} \cos \theta \frac{-\cos \theta \sin \phi + \sin \theta \cos \phi}{\cos \phi} d\lambda - \frac{gh_b^2}{2} \int_0^{B_b} \tan \phi d\lambda \\ &= \frac{q_b^2}{h_b} \int_0^{B_b} \cos \theta \frac{\sin(\theta - \phi)}{\cos \phi} d\lambda + 0 \end{aligned} \quad (4.35)$$

– Equation de quantité de mouvement selon y

$$\begin{aligned}
& \int_{\vec{\gamma}_b} \left(\frac{q_x q_y}{h} \right) dy - \left(\frac{q_y^2}{h} + \frac{gh^2}{2} \right) dx \\
&= \int_0^{B_b} \left[\frac{q_b^2}{h_b} \sin \theta (-\cos \theta \tan \phi + \sin \theta) + \frac{gh_b^2}{2} \right] d\lambda \\
&= \frac{q_b^2}{h_b} \int_0^{B_b} \sin \theta \frac{-\cos \theta \sin \phi + \sin \theta \cos \phi}{\cos \phi} d\lambda + \frac{gh_b^2}{2} \int_0^{B_b} d\lambda \\
&= \frac{q_b^2}{h_b} \int_0^{B_b} \sin \theta \frac{\sin(\theta - \phi)}{\cos \phi} d\lambda + \frac{gh_b^2}{2} B_b
\end{aligned} \tag{4.36}$$

REMARQUE : La section critique étant une courbe sur laquelle la hauteur d'eau est constante, les intégrales des termes de pression en $gh_b^2/2$ qui interviennent dans les deux équations de quantité de mouvement sont simplement égales au produit de $gh_b^2/2$ et de la projection de la forme en « S » de cette courbe sur l'axe considéré. En particulier, le terme intervenant dans l'équation selon l'axe x est nul.

Pour simplifier l'écriture des équations du modèle concentré, on peut définir des coefficients χ_b qui multiplieront les termes en q_b et q_b^2/h_b dans les différentes équations. Leur signification est fondamentalement différente des coefficients χ_k introduits au point 4.4.1 puisqu'il s'agit ici de coefficients relatifs à la géométrie de la frontière perméable et à la direction de l'écoulement au travers de cette frontière. On pose :

$$\chi_b = \frac{1}{B_b} \int_0^{B_b} \frac{\sin(\theta - \phi)}{\cos \phi} dx \tag{4.37}$$

$$\chi_{bx} = \frac{1}{B_b} \int_0^{B_b} \cos \theta \frac{\sin(\theta - \phi)}{\cos \phi} dx \tag{4.38}$$

$$\chi_{by} = \frac{1}{B_b} \int_0^{B_b} \sin \theta \frac{\sin(\theta - \phi)}{\cos \phi} dx \tag{4.39}$$

4.4.3 Synthèse des équations

En injectant les expressions (4.34) à (4.36) dans les équations (4.28) à (4.30), on obtient les équations de continuité et de quantité de mouvement suivantes :

$$-q_i B_c + q_o B_c + \chi_b q_b B_b = 0 \tag{4.40}$$

$$-\left(\frac{q_i^2}{h_i} + \frac{gh_i^2}{2} \right) B_c + \left(\frac{q_o^2}{h_o} + \frac{gh_o^2}{2} \right) B_c + \chi_{bx} \frac{q_b^2}{h_b} B_b = 0 \tag{4.41}$$

$$\left(\chi_{l1} B_{l1} - \chi_r \frac{B_r}{2} \right) \frac{gh_i^2}{2} + \left(\chi_{l2} B_{l2} - \chi_r \frac{B_r}{2} \right) \frac{gh_o^2}{2} + \chi_{by} \frac{q_b^2}{h_b} B_b + \frac{gh_b^2}{2} B_b = 0 \tag{4.42}$$

Comme q_i est une donnée d'entrée, ces trois équations font intervenir cinq inconnues. Selon la section 4.1, les deux équations qui permettent de fermer ce système

Configuration	χ_{l1}	χ_{l2}
B70-Q300-H50	0,951	1.003
B70-Q300-H40	0,952	1.023
B70-Q200-H50	0,961	0.993
B70-Q200-H40	0,950	0.998
B50-Q300-H50	0,956	1,008
B50-Q300-H40	0,953	1,022
B50-Q200-H50	0,962	0,992
B50-Q200-H40	0,957	1,005
<i>Moyenne</i>	0,95	1,00

TABLE 4.4 – Coefficients χ_k sur la rive gauche du canal (amont et aval)

sont :

- Relation de déversoir à l’aval du canal

$$q_o = \frac{2}{3}\mu\sqrt{2g}(h_o - h_w)^{3/2} \quad (4.43)$$

- Relation d’écoulement critique sur la section critique

$$q_b = \sqrt{gh_b^3} \quad (4.44)$$

4.5 Calage de coefficients empiriques

L’aspect empirique intervient dans le modèle concentré via les coefficients χ . Il s’agit donc, à partir des résultats des simulations WOLF 2D de déterminer d’une part des coefficients d’inégale répartition des hauteurs d’eau le long des rives du canal et d’autre part la forme de la section critique.

4.5.1 Profils de hauteurs d’eau le long des parois

Les coefficients χ_k obtenus sur la rive gauche pour différentes configurations sont repris au Tableau 4.4.

Pour le bord droit, la Figure 4.11 donne une piste intéressante. Elle représente, pour différentes configurations, les valeurs de

$$\frac{h_r^2(x) - (h_i^2 + h_o^2)/2}{h_o^2 - h_i^2}$$

Pour que les courbes se superposent même pour des nombres de FROUDE différents, l’axe des x est décalé de x_{int} . On retrouve ici la constatation de la section 4.3 que la grandeur x_{int} , définie initialement comme une propriété de la section critique, influence également les profils de hauteurs d’eau. En rive droite, cette abscisse

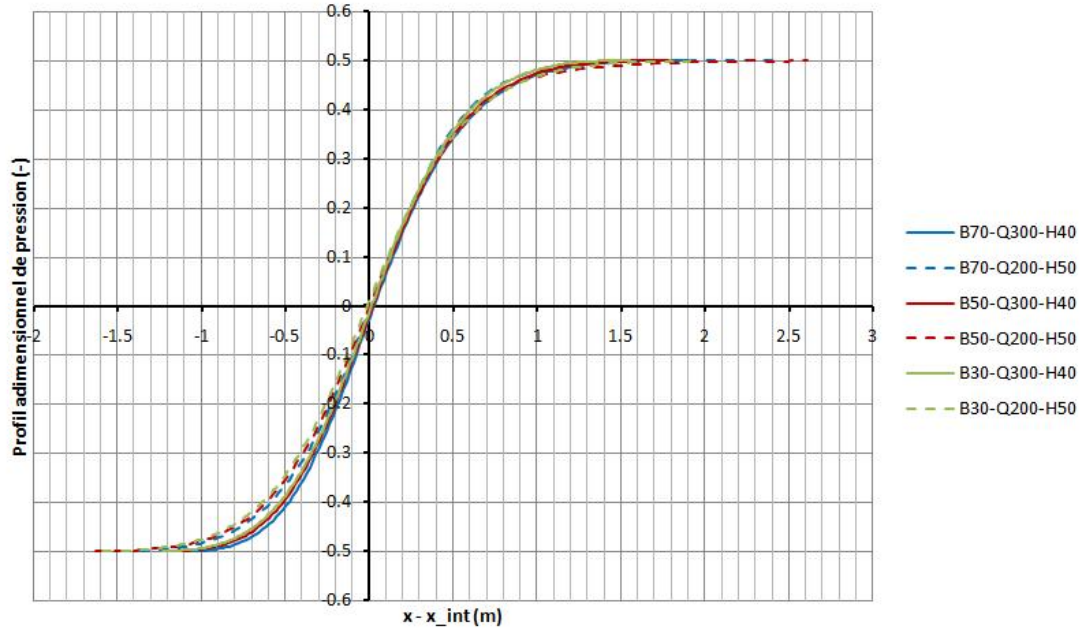


FIGURE 4.11 – Profils adimensionnels de pression sur la rive droite

indique l'endroit où la courbure de la surface libre change de signe. Les courbes de la Figure 4.11 étant pratiquement symétriques par rapport au point $(x_{\text{int}}, 0)$, leur intégrale est presque nulle. On pose donc $\chi_r = 1$.

Le Tableau 4.5 synthétise les coefficients intervenant dans les équations de quantité de mouvement.

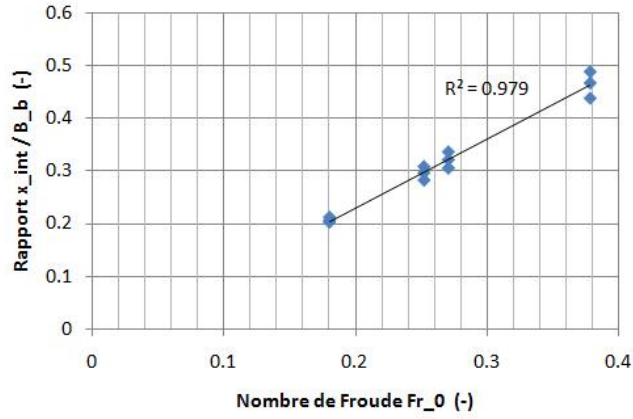
Bord	Indice k	$h_{\text{ref},k}^2$	B_k	χ_k
Rive droite	r	$(h_i^2 + h_o^2)/2$	$2B_c + 2x_{\text{int}}$	1,00
Rive gauche — amont	$l1$	h_i^2	B_c	0,95
Rive gauche — aval	$l2$	h_o^2	$B_c + 2x_{\text{int}} - B_b$	1,00

TABLE 4.5 – Valeurs des coefficients χ

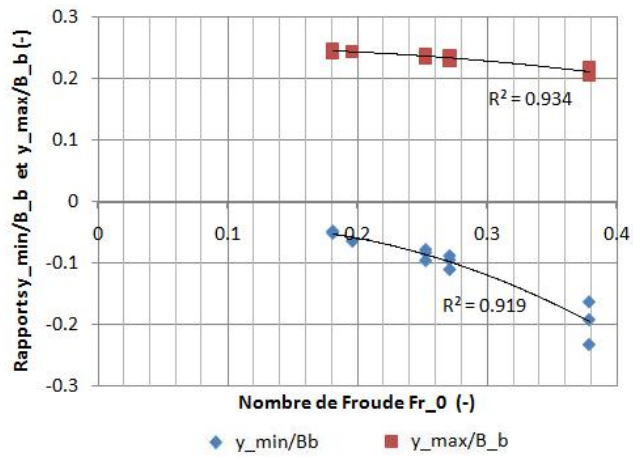
4.5.2 Forme de la section critique

Pour l'évaluation des coefficients χ_b , il est nécessaire de connaître l'évolution des angles ϕ (forme de la section critique) et θ (profil des directions sur la section critique). Seul le premier aspect est abordé ici (le second fait l'objet du chapitre 5). Par définition, f_b est la fonction qui donne, pour chaque abscisse $x \in [0; B_b]$, la valeur de l'ordonnée y du point appartenant à la section critique et l'angle $\phi \in] -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}[$ est l'angle qui vérifie :

$$\frac{df_b}{dx} = \tan \phi(x) \quad (4.45)$$



(a) Calage de x_{int}/B_b



(b) Calage de y_{min}/B_b et y_{max}/B_b

FIGURE 4.12 – Calage des paramètres adimensionnels de la forme de la section critique

On peut donc soit caler directement un profil de $\phi(x)$, soit caler une fonction $f_b(x)$ et utiliser la relation (4.45) pour en déduire le profil de $\phi(x)$. C'est la dernière approche qui est la plus pratique.

Comme cela a été montré dans la section 4.2, la forme de la section critique peut être correctement approchée à l'aide de deux paraboles. Les paramètres nécessaires à la détermination de ces deux paraboles sont x_{int} , y_{min} et y_{max} . Les Figures 4.12 (a) et (b) montrent comment ces paramètres évoluent en fonction du nombre de FROUDE de l'écoulement initial. On en tire les relations suivantes (les carrés des coefficients de corrélation sont repris sur les figures) :

$$x_{int} = (1,308 Fr_0 - 0,031)B_b \quad (4.46)$$

$$y_{min} = (-2,017 Fr_0^2 + 0,405 Fr_0 - 0,060)B_b \quad (4.47)$$

$$y_{max} = (-0,435 Fr_0^2 + 0,068 Fr_0 + 0,246)B_b \quad (4.48)$$

4.6 Synthèse

Le modèle concentré a été défini comme un volume de contrôle. Les deux principes de conservation de la masse et de la quantité de mouvement y ont été établis à partir des équations stationnaires ne faisant intervenir que les flux advectifs, conformément aux remarques du chapitre 3. Les conditions aux limites qui doivent être imposées pour le calcul d'un écoulement infracritique sont correctement prises en compte (injection d'un débit à la section d'entrée, relations hauteur-débit aux deux sections de sortie).

La position ou la forme des frontières perméables ont été définies de façon à ce que les normes des inconnues h et q puissent y être considérées comme constantes et que les directions de l'écoulement puissent également y être déterminées (pour les sections *in* et *out*, écoulement aligné sur l'axe des x ; pour la section critique, voir le chapitre suivant). La géométrie du volume de contrôle est en principe dépendante de la solution. Cependant, la corrélation entre l'écoulement stationnaire et l'écoulement initial (chapitre 2) permet de fixer cette géométrie avant de commencer le calcul.

Chapitre 5

Détermination de la direction de l'écoulement sur la section critique par une approche énergétique

La détermination de la direction de l'écoulement au niveau de la section critique est traitée dans un chapitre à part car elle demande quelques développements supplémentaires (section 5.1) et une discussion qui lui est propre (sections 5.2 et 5.3). Le chapitre suivant reviendra ensuite sur une discussion du modèle concentré considéré dans son ensemble.

5.1 Principe

Parmi les propriétés de la section critique mises en évidence dans la section 4.2, la relation (4.20) entre la direction de l'écoulement (angle θ) et la forme de la section critique (angle ϕ) n'a pas encore été exploitée. Elle est rappelée ci-dessous sous sa forme vectorielle :

$$\vec{\nabla}\theta = \frac{\|\vec{\nabla}h\|}{h} \cos(\theta - \phi) \begin{pmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{pmatrix} \quad (5.1)$$

Cette relation peut être mise à profit pour déterminer la valeur de l'angle θ dans le voisinage d'un point où cet angle est connu. L'hypothèse la plus naturelle consiste à imposer un angle $\theta = 0$ en l'abscisse $x = 0$ puisque la direction de l'écoulement y est conditionnée par la présence de la paroi du canal. Pour obtenir la valeur du même angle en un point voisin et appartenant à la section critique, on a besoin de la dérivée directionnelle dans la direction repérée par l'angle ϕ . En projetant le gradient (5.1) dans cette direction, on obtient, en notant s l'abscisse

curviligne le long de la section critique :

$$\frac{d\theta}{ds} = \frac{\|\vec{\nabla}h\|}{h} \cos^2(\theta - \phi) \quad (5.2)$$

L'évolution de l'angle ϕ étant exprimée en fonction de l'abscisse x plutôt qu'en fonction de l'abscisse curviligne s , il serait plus consistant de procéder de la même manière pour le profil de l'angle θ . Le changement de variables donne :

$$\begin{aligned} \frac{d\theta}{dx} &= \frac{d\theta}{ds} \frac{ds}{dx} \\ &= \frac{\|\vec{\nabla}h\|}{h} \frac{\cos^2(\theta - \phi)}{\cos \phi} \end{aligned} \quad (5.3)$$

Dans cette relation, la norme du gradient de hauteur d'eau n'est pas connue. De même, la hauteur d'eau sur la section critique n'est pas connue avant de commencer le calcul, même si on sait que cette valeur est constante sur la section critique. Pour ne pas compliquer inutilement le calcul, on peut traiter le rapport de ces deux grandeurs comme un seul coefficient et vérifier qu'en supposant ce dernier constant sur l'ensemble de la section critique, on peut obtenir des profils $\theta(x)$ suffisamment proches de ceux donnés par les simulations WOLF 2D. La Figure 5.1 montre que c'est bien le cas. Sur cette figure, le coefficient $\|\vec{\nabla}h\|/h = 3,6 \text{ m}^{-1}$ a été fixé en minimisant la somme des carrés des écarts entre les valeurs approchées de $\theta(x)$ et celles données par WOLF 2D.

Au lieu de tenter de caler une relation empirique donnant la valeur du coefficient $\|\vec{\nabla}h\|/h$ pour chaque cas, il est intéressant de procéder à une étude paramétrique du profil $\theta(x)$ pour un profil $\phi(x)$ donné. En effet, si la forme du profil $\theta(x)$ est imposé par la relation (5.1), l'amplitude de ce profil ne peut raisonnablement pas prendre n'importe quelle valeur, même si le fait de traiter $\|\vec{\nabla}h\|/h$ comme un paramètre revient à ajouter un degré de liberté à la relation (5.1). Par exemple, il serait aberrant d'obtenir des angles θ supérieurs à 180° .

Pour aller plus loin dans ce sens, on peut se référer au schéma de la Figure 5.2 et constater qu'il paraîtrait « naturel » que les angles θ vérifient, en chaque abscisse

$$\phi(x) \leq \theta(x) \leq \phi(x) + \pi \quad (5.4)$$

c'est-à-dire que l'écoulement traverse la section critique dans le sens *infracritique* \rightarrow *supercritique* et non l'inverse, ou encore, en se référant au volume de contrôle du modèle concentré, que l'écoulement *sorte* du volume de contrôle par la section critique au lieu d'y entrer. La Figure 5.3 (a) montre que cette condition est bien plus contraignante qu'il n'y paraît à première vue et que pour la configuration représentée, il n'y a même aucun profil approché de $\theta(x)$ qui arrive à la remplir en

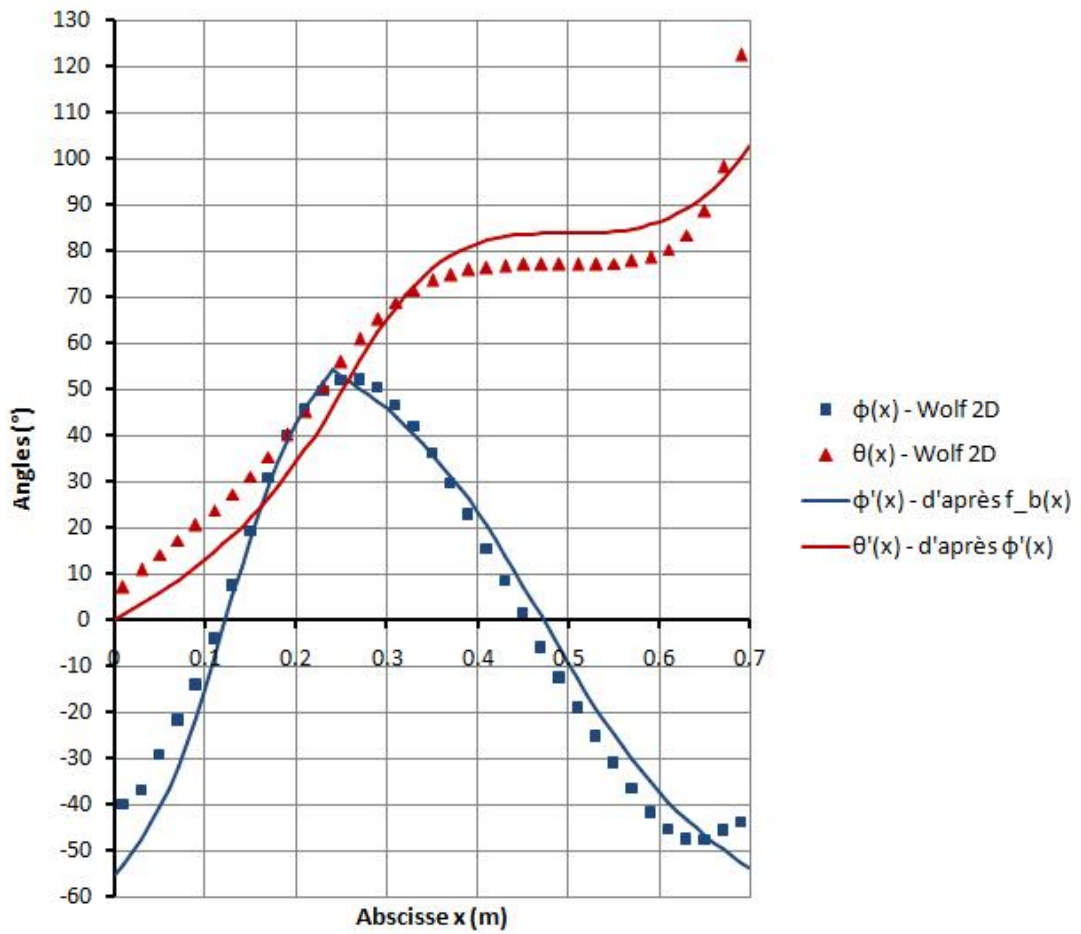


FIGURE 5.1 – Comparaison des profils de $\phi(x)$ et de $\theta(x)$ extraits des simulations WOLF 2D et des valeurs approchées ($\|\vec{\nabla}h\|/h = 3,6 \text{ m}^{-1}$) — Configuration B70-Q300-H50

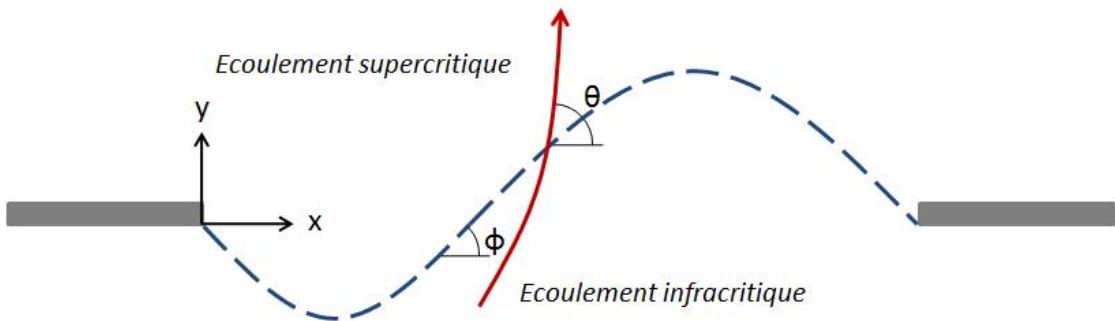
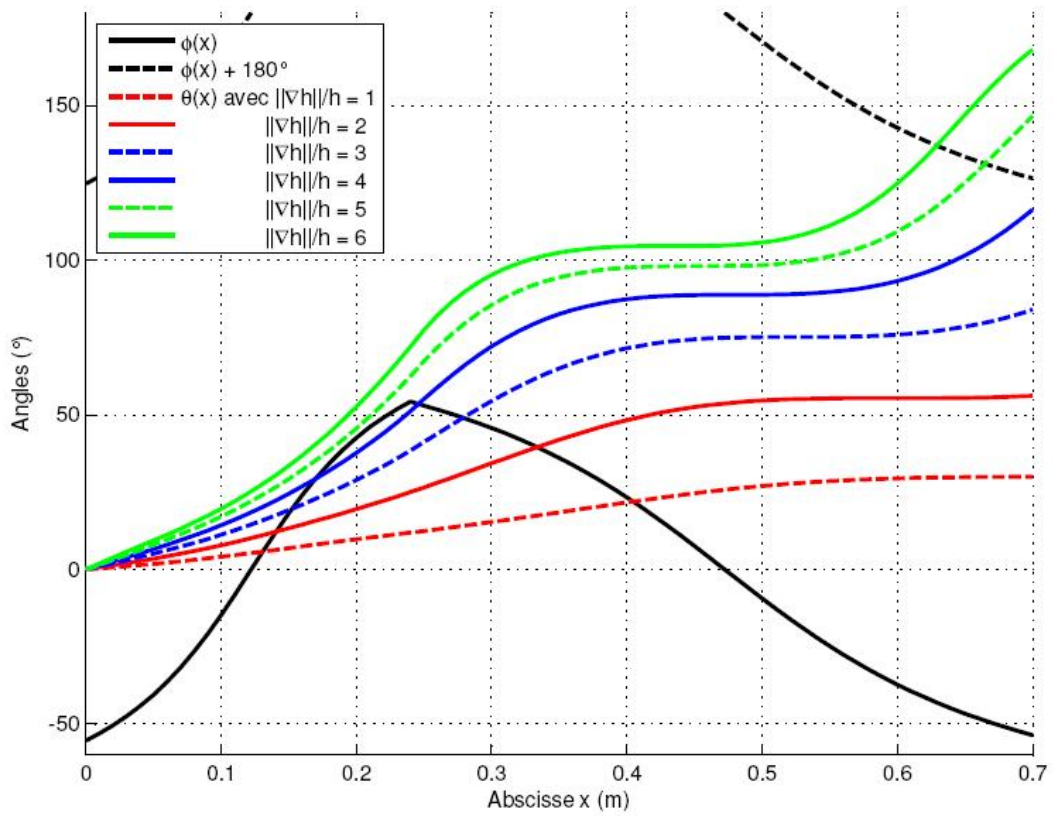
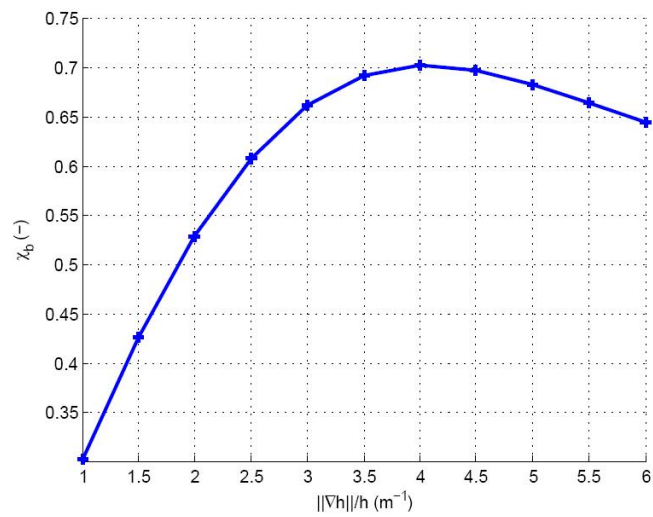


FIGURE 5.2 – Représentation des angles ϕ et θ



(a) Evolution du profil de $\theta(x)$ avec la valeur du paramètre $\|\vec{\nabla}h\|/h$



(b) Evolution du coefficient χ_b avec la valeur du paramètre $\|\vec{\nabla}h\|/h$

FIGURE 5.3 – Etude paramétrique du profil de $\theta(x)$ en fonction de $\|\vec{\nabla}h\|/h$ — Cas B70-Q300-H50

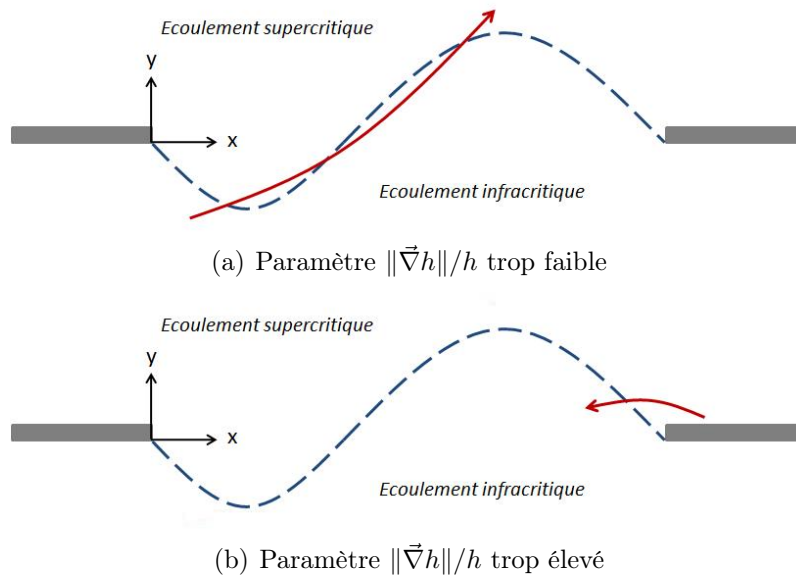


FIGURE 5.4 – Interprétation du profil de $\theta(x)$ pour un paramètre $\|\vec{\nabla}h\|/h$ trop faible ou trop élevé

tout point :

- pour des valeurs de $\|\vec{\nabla}h\|/h$ trop faibles, l'écoulement quittant le volume de contrôle à travers la partie amont de la section critique réintègre le volume de contrôle un peu plus loin, avant d'en sortir définitivement à travers la partie aval de la section critique — Figure 5.4 (a) ;
- pour des valeurs de $\|\vec{\nabla}h\|/h$ trop élevées, un écoulement provenant de l'extérieur du volume de contrôle y pénètre par la partie aval de la section critique — Figure 5.4 (b).

Le non-respect de la relation (5.4) conduit à une dégradation de la capacité de la section critique à évacuer du débit. Dans cette optique, le profil de la Figure 5.3 (a) qui vérifie au mieux cette condition serait celui qui permettrait de maximiser le débit total évacué par la brèche.

Il y a là un lien intéressant à faire avec une description classique de l'écoulement critique dans le cadre des écoulements 1D en rivière : pour une section transversale et une énergie données, l'écoulement critique est celui qui permet de maximiser le débit. C'est ainsi par exemple qu'on en arrive à déterminer que l'écoulement sur un seuil épais est l'écoulement critique correspondant à la charge au-dessus du niveau du seuil (PIROTON et al., 2009-2010).

La transposition de cette idée de maximisation du débit évacué à énergie donnée au cas qui nous occupe demande le rappel de quelques équations. Dans l'équation de continuité du modèle concentré (équation (4.40) de la page 51), le débit total

évacué par la brèche s'exprime sous la forme

$$Q_b = \chi_b q_b B_b$$

avec, définition (4.37),

$$\chi_b = \frac{1}{B_b} \int_0^{B_b} \frac{\sin(\theta - \phi)}{\cos \phi} dx$$

L'énergie spécifique E_b sur la section critique est constante (section 4.2) et est liée au débit spécifique q_b par

$$q_b^2 = gh_b^3 = g \left(\frac{2E_b}{3} \right)^3$$

Dès lors, l'expression du débit Q_b en fonction de l'énergie E_b est donnée par

$$Q_b = \frac{2}{3} \frac{\chi_b}{\sqrt{3}} \sqrt{2gE_b^{3/2}} B_b \quad (5.5)$$

On en déduit que pour maximiser Q_b à E_b donnée, il faut maximiser le coefficient χ_b . Or l'intégrand de ce dernier coefficient devient négatif lorsque la relation (5.4) n'est pas vérifiée, ce qui laisse supposer, d'après ce qui précède, qu'un tel maximum existe bel et bien.

La Figure 5.3 (b) confirme l'existence d'un coefficient χ_b maximum dans le cas B70-Q300-H50 qui est utilisé comme illustration depuis le début de cette section. La comparaison des Figures 5.3 (a) et (b) montre que ce maximum permet bien d'identifier correctement la valeur du paramètre $\|\vec{\nabla}h\|/h$ qui permet à la relation (5.4) d'être vérifiée en un maximum de points, valeur qui est par ailleurs très proche de celle qui a été définie par la méthode des moindres carrés (Figure 5.1).

De tout ceci, il ressort que pour déterminer la direction de l'écoulement sur la section critique, il semble raisonnable de choisir le paramètre $\|\vec{\nabla}h\|/h$ qui permet de maximiser le coefficient χ_b intervenant dans l'équation de continuité (4.40). Les coefficients χ_{bx} et χ_{by} qui interviennent dans les équations (4.41) et (4.42) de quantité de mouvement s'en déduisent aussitôt. Il reste cependant à vérifier la validité de cette approche dans les autres configurations étudiées et à discuter les écarts observés. C'est l'objet des deux sections suivantes.

5.2 Discussion de l'approche

Pour justifier la méthode qui permet de trouver la valeur de $\|\vec{\nabla}h\|/h$, on a, dans un premier temps, exprimé l'idée qu'il semblerait « naturel » que les angles θ soient compris entre ϕ et $\phi + \pi$ en toute abscisse x (la section critique est uniquement

une « section de sortie »). Cela est-il vérifié dans les résultats des simulations WOLF 2D ?

Sur la partie aval de la section critique, cette relation est toujours vérifiée et la situation schématisée à la Figure 5.4 (b) est donc tout à fait exclue. On peut même remarquer sur la Figure 5.1 qu’au voisinage de l’extrémité aval de la section critique, les valeurs de ϕ réaugmentent pour que les θ restent bien inférieurs à $\phi + \pi$. Ce comportement n’est pas reproduit par l’approximation de la forme de la section critique à l’aide des deux paraboles, mais cela ne porte pas à conséquence.

Sur la partie amont de la section critique par contre, certaines simulations numériques présentent des valeurs de θ inférieures à ϕ . Cela arrive lorsque le nombre de FROUDE dépasse une certaine valeur et c’est notamment le cas de la simulation B70-Q300-H40, pour laquelle le nombre de FROUDE de l’écoulement initial vaut 0,38 (Figure 5.5). Ce comportement est illustré à la Figure 5.4 (a) et il implique un ressaut hydraulique à l’endroit où les particules d’eau qui sont sorties un peu plus tôt de la zone infracritique y pénètrent à nouveau. Un ressaut hydraulique est synonyme d’une perte d’énergie, ce qui est en contradiction avec l’hypothèse qui a été faite à la section 4.2. Ceci est cependant à nuancer car les particules qui quittent la zone infracritique avant d’y pénétrer à nouveau n’ont pas la possibilité d’atteindre un nombre de FROUDE significativement supérieur à l’unité pour que la perte d’énergie dans le ressaut soit importante. D’ailleurs, le Tableau 4.1 de la page 37 montre que l’hypothèse d’une énergie constante sur la section critique n’est pas moins valable pour les simulations Q300-H40 que pour les autres.

Au niveau des simulations WOLF 2D, l’apparition d’un ressaut dans la section critique n’est pas liée à un maillage trop grossier : diviser la taille des mailles par 2 dans la région de la brèche ($\Delta x = 0,01 \text{ m}$) ne change pas le résultat.

De ceci, on déduit que le respect de la relation (5.4) n’est pas une règle absolue, en particulier pour les écoulements à forte énergie cinétique. Comme la méthode de maximisation du coefficient χ_b ne cherche pas à la respecter de manière stricte, mais qu’elle cherche à la respecter *au mieux*, ce constat n’est pas suffisant pour remettre en cause son principe.

5.3 Discussion des résultats

L’objectif de la méthode qui vient d’être présentée et qui sera implémentée dans le modèle concentré n’est pas tant de déterminer des profils de $\theta(x)$ que de calculer les valeurs des coefficients χ_b , χ_{bx} et χ_{by} . C’est donc sur sa capacité à estimer ces derniers que la méthode doit être évaluée : l’observation des profils de $\theta(x)$ permet cependant de comprendre son comportement dans différentes configurations.

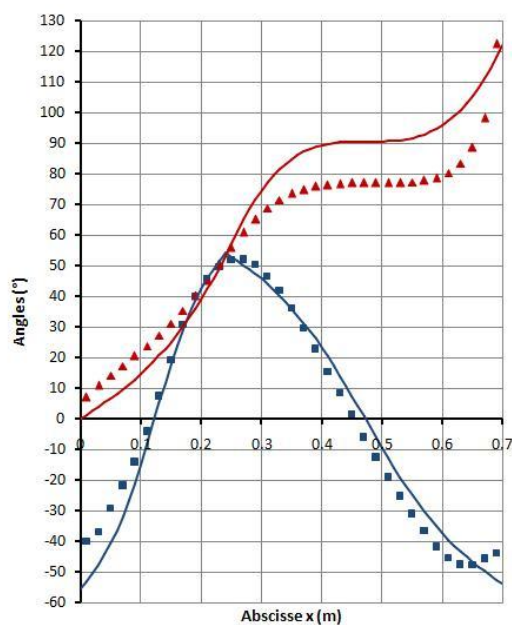
5.3.1 Profils de $\theta(x)$

La Figure 5.5 compare, pour différentes configurations, les profils approchés de $\phi(x)$ et $\theta(x)$ et ceux tirés des simulations WOLF 2D. Si on ne tient pas compte pour le moment du deuxième cas (celui qui a déjà fait l'objet de la remarque du paragraphe précédent), on constate que les courbes de $\theta(x)$ données par la méthode de maximisation de χ_b sont assez proches de celles tirées des simulations numériques. Les écarts observés sont évidemment dus en partie à l'approximation qui est faite sur le profil de $\phi(x)$, mais la principale source d'erreur semble provenir de l'hypothèse $\|\vec{\nabla}h(x)\| = C$. En effet, comme le montre la Figure 5.6, la norme du gradient de h est bien environ constante sur une bonne partie de la section critique, mais elle augmente d'un ordre de grandeur au niveau des extrémités de la brèche. Avec une pente plus raide aux deux extrémités de la section critique et donc une pente plus faible dans le reste du domaine, les profils de $\theta(x)$ donnés par la méthode du modèle concentré correspondraient mieux à ceux obtenus par simulations numériques.

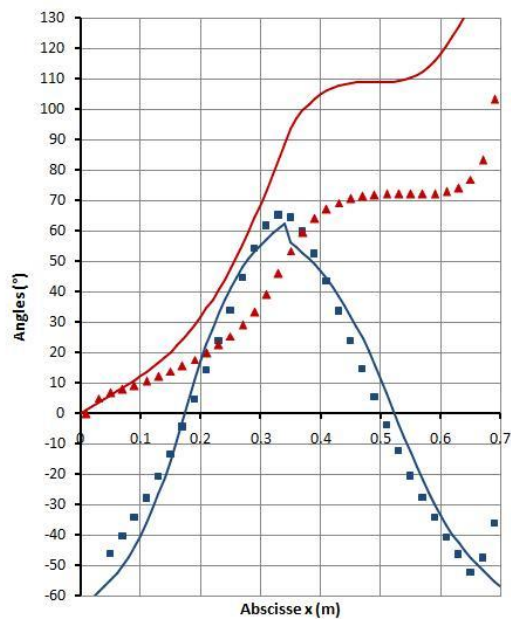
La raison pour laquelle le résultat du deuxième cas est plus mauvais peut se comprendre si on revient à la définition (4.37) du coefficient χ_b et à la constatation que lorsque la relation (5.4), $\theta \in [\phi; \phi + \pi]$, n'est pas vérifiée, son intégrant devient négatif. Comme expliqué plus haut, cela peut se produire en deux endroits : soit dans la partie amont de la section critique (valeurs de $\|\vec{\nabla}h\|/h$ trop faibles), soit dans la partie aval (valeurs de $\|\vec{\nabla}h\|/h$ trop élevées). Dans le cas présent, le non-respect de la relation (5.4) dans la partie amont de la section critique est simplement plus pénalisant que dans la partie aval. C'est ce qui explique la convergence vers une valeur de $\|\vec{\nabla}h\|/h$ trop élevée. Pour corriger ce défaut, on peut procéder à l'expérience suivante. Au lieu de donner une valeur constante au gradient de h , on introduit dans la relation donnant l'angle $\theta(x)$ l'expression suivante, qui correspond mieux à ce que donne la Figure 5.6 :

$$\frac{\|\vec{\nabla}h(x)\|}{h} = \frac{\|\vec{\nabla}h_0\|}{h} * \begin{cases} 1 & \text{si } x < 0,5m \\ \left(1 + 9\frac{x-0,5}{0,7-0,5}\right) & \text{si } x \geq 0,5m \end{cases} \quad (5.6)$$

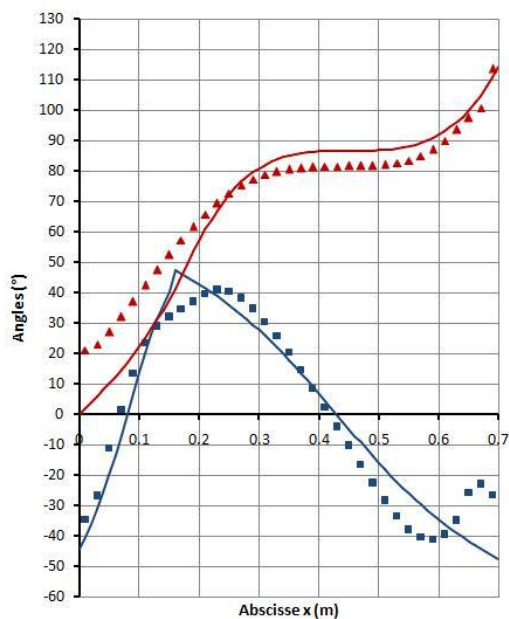
Le résultat de la convergence du profil de $\theta(x)$ est représenté à la Figure 5.7. Sa meilleure approximation du profil donné par la simulation numérique confirme le raisonnement, mais cette modification de la méthode initiale ne sera pas prise en compte dans le modèle concentré car elle y introduit plus d'arbitraire, et n'est pas nécessaire dans les cas où le nombre de FROUDE n'est pas trop élevé.



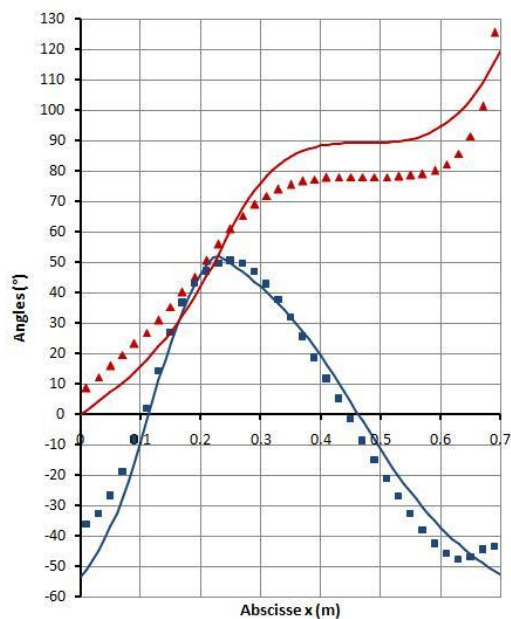
(a) Cas B70-Q300-H50 ($Fr_0 = 0,27$)



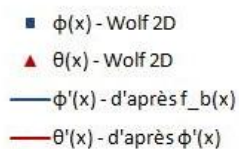
(b) Cas B70-Q300-H40 ($Fr_0 = 0,38$)



(c) Cas B70-Q200-H50 ($Fr_0 = 0,18$)



(d) Cas B70-Q200-H40 ($Fr_0 = 0,25$)



(e) Légende

FIGURE 5.5 – Profils de $\phi(x)$ et de $\theta(x)$ tirés des simulations numériques et valeurs approchées obtenues en maximisant le coefficient χ_b

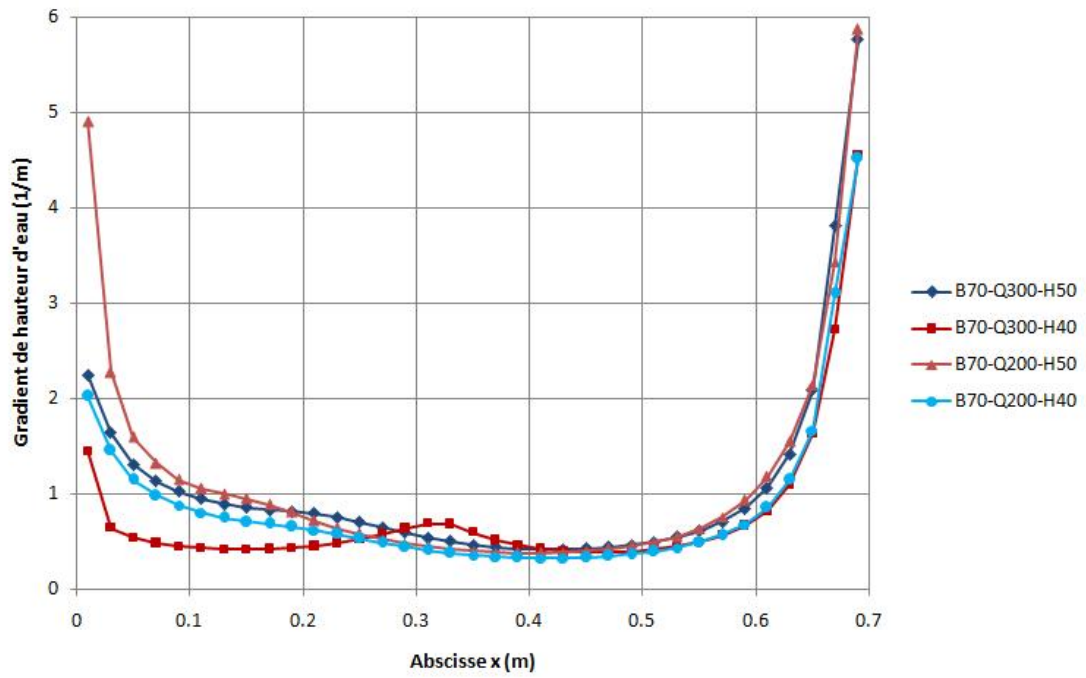


FIGURE 5.6 – Valeurs du gradient de hauteur d'eau sur la section critique

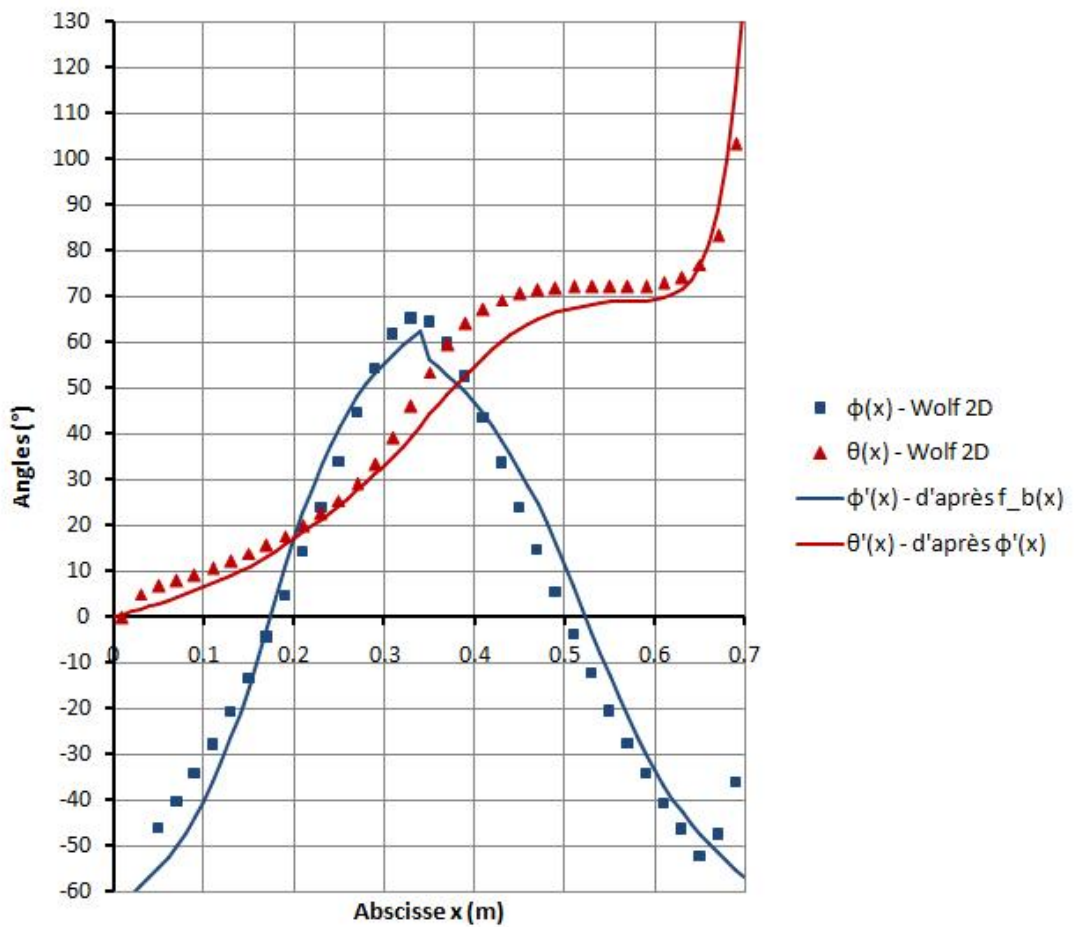


FIGURE 5.7 – Profil de $\theta(x)$ « corrigé » en introduisant une augmentation de la valeur de $\|\vec{\nabla}h\|/h$ sur l'extrémité aval de la section critique ($\|\vec{\nabla}h_0\|/h = 2,9 \text{ m}^{-1}$)

Configuration	Résultat de la convergence	Valeur moyenne d'après WOLF 2D
B70-Q300-H50	4,17 m^{-1}	4,26 m^{-1}
B70-Q300-H40	5,02 m^{-1}	3,46 m^{-1}
B70-Q200-H50	4,83 m^{-1}	5,25 m^{-1}
B70-Q200-H40	4,23 m^{-1}	4,41 m^{-1}

TABLE 5.1 – Valeurs de $\|\vec{\nabla}h\|/h$ pour différentes configurations

5.3.2 Valeurs de $\|\vec{\nabla}h\|/h$

Avant d'en venir aux valeurs des coefficients χ_b , χ_{bx} et χ_{by} donnés par la méthode du modèle concentré, il vaut la peine de considérer un autre résultat « intermédiaire » de cette méthode : la valeur de $\|\vec{\nabla}h\|/h$. Jusqu'à présent, cette grandeur a en effet été traitée comme un paramètre, mais comme elle a bien une signification physique, il est intéressant de vérifier si sa valeur correspond à ce qui est donné par les simulations numériques. C'est ce qui est fait au Tableau 5.1. Excepté pour le deuxième cas, qui a déjà été discuté plus haut, les valeurs sont très proches, ce qui apporte une justification supplémentaire à la méthode de maximisation du débit à énergie donnée.

5.3.3 Valeurs des coefficients χ_b , χ_{bx} et χ_{by}

Pour ce qui concerne les valeurs des coefficients χ_b , χ_{bx} et χ_{by} qui se déduisent des profils de $\phi(x)$ et $\theta(x)$, la Figure 5.8 (a) fait la comparaison entre résultats de la méthode de maximisation de χ_b (traits continus) et les résultats WOLF 2D (12 configurations).

Dans la méthode de maximisation de χ_b , les coefficients calculés sont indépendants de la largeur de la brèche, ce qui est une conséquence directe du fait qu'elle se réfère à une forme de section critique dont l'amplitude est proportionnelle à B_b . Les coefficients tirés des simulations WOLF 2D ne sont pas strictements identiques lorsque la largeur de la brèche varie mais cela est sans doute fortement lié aux différentes interpolations nécessaires pour leur calcul : interpolation linéaire de la matrice des nombres de FROUDE pour obtenir la forme de la section critique, interpolation linéaire des matrices des débits spécifiques pour obtenir les directions de l'écoulement puis intégration numérique des coefficients à partir des profils de $\phi(x)$ et $\theta(x)$ ainsi obtenus.

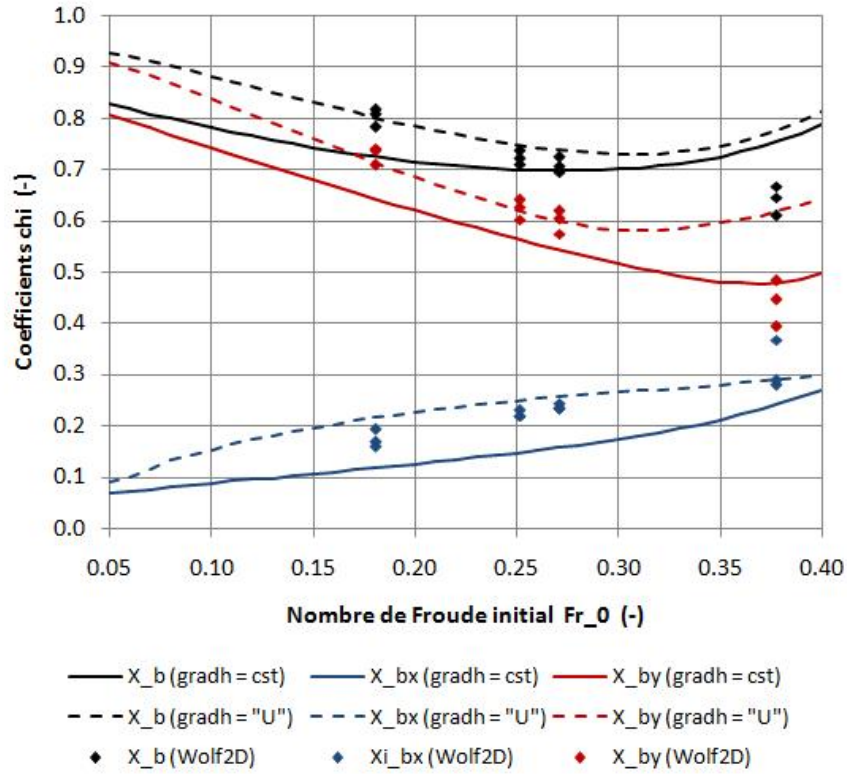
L'hypothèse d'un profil de $\|\vec{\nabla}h(x)\|$ constant sur la section critique permet d'obtenir des coefficients χ_b , χ_{bx} et χ_{by} dont les valeurs ne sont pas trop mauvaises dans le domaine des nombres de FROUDE investigés au moyen de WOLF 2D. Ce-

pendant, le comportement de la méthode pour des Fr_0 plus faibles ou plus élevés n'est pas tout à fait satisfaisant. Pour des Fr_0 faibles, le coefficient χ_{bx} devrait tendre vers 0 et les coefficients χ_b et χ_{by} devraient tendre vers 1, ces deux tendances traduisant respectivement la symétrie de l'écoulement autour de l'axe de la brèche et l'absence de dégradation de la capacité d'évacuation de la brèche du fait d'un écoulement orienté selon x . Ces tendances sont respectées par les résultats des simulations WOLF 2D, mais pas de façon rigoureuse par les résultats de la méthode de maximisation du coefficient χ_b . Pour des Fr_0 plus élevés, les coefficients χ_b et χ_{by} devraient continuer à décroître au lieu de présenter un extrémum comme c'est cependant le cas. Le fait que cette dernière tendance est incorrecte est justifié d'une part par les coefficients χ_b et χ_{by} calculés à partir de WOLF 2D et d'autre part par les résultats expérimentaux (le rapport Q_b/Q_i en fonction de Fr_0 ne présente pas de changement de comportement pour un certain nombre de FROUDE, voir Figure 2.2 (b) de la page 17).

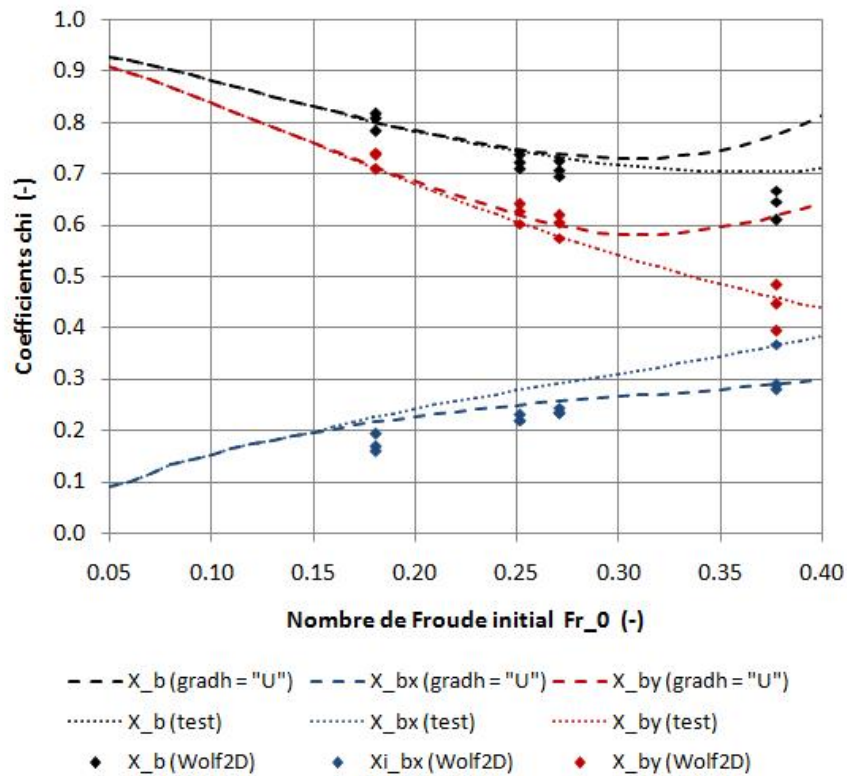
Comme le montre la Figure 5.8 (a), le premier défaut n'est lié qu'à l'hypothèse d'un gradient de hauteur d'eau constant le long de la section critique. En effet, l'utilisation d'un profil en « U » tel que défini à l'équation (5.7) permet de corriger le comportement de la méthode et d'obtenir des résultats qui extrapolent très bien les résultats numériques.

$$\frac{\|\vec{\nabla}h(x)\|}{h} = \frac{\|\vec{\nabla}h_0\|}{h} * \begin{cases} 10 - 90\frac{x}{B_b} & \text{si } \frac{x}{B_b} \in [0; 0,1[\\ 1 & \text{si } \frac{x}{B_b} \in [0,1; 0,9] \\ 1 + 90(\frac{x}{B_b} - 0,9) & \text{si } \frac{x}{B_b} \in]0,9; 1] \end{cases} \quad (5.7)$$

Cependant, le défaut apparaissant au-delà de $Fr_0 \approx 0,3$ n'est pas réellement corrigé par cette modification. Seul un profil tel que défini en (5.6) permettrait d'améliorer les choses, mais un tel profil introduit trop d'arbitraire dans la méthode et ne fonctionne d'ailleurs pas pour des Fr_0 faibles. Une solution acceptable est illustrée à la Figure 5.8 (b). Un test est effectué après l'application de la méthode de maximisation du coefficient χ_b avec la formulation (5.7), pour vérifier que $\theta(x = B_b) \leq \phi(x = B_b)$: si ce n'est pas le cas, le profil de $\theta(x)$ est adapté de façon à vérifier cette condition. Une fois de plus, cette correction ne fait qu'étendre le domaine où la méthode donne des résultats corrects sans supprimer complètement le défaut. Cependant, dans le domaine des nombres de FROUDE investigués, les résultats ainsi obtenus sont très bons.



(a) Comparaison des valeurs en fonction du profil de $\|\vec{\nabla}h(x)\|$ (valeur constante ou profil en « U »)



(b) Comparaison des valeurs en fonction de l'emploi d'un test additionnel ou non (dans les deux cas, profil de $\|\vec{\nabla}h(x)\|$ en « U »)

FIGURE 5.8 – Evolution des coefficients χ_b , χ_{bx} et χ_{by} en fonction de Fr_0

5.4 Synthèse

La méthode utilisée pour déterminer les directions de l'écoulement au niveau d'une section critique le long de laquelle les pertes de charge sont négligeables se base sur l'équation (5.1) qui a été établie au chapitre 4. Si la forme de la section critique est connue et que la direction de l'écoulement est connue en un point, il est possible de déterminer la direction de l'écoulement de proche en proche en cherchant à rendre maximum la valeur du débit total passant par la section critique pour une charge E_b donnée (en d'autres termes, maximiser le coefficient χ_b introduit au chapitre précédent).

La qualité des résultats obtenus par cette méthode est influencée par l'hypothèse sur l'évolution du gradient de hauteur d'eau le long de la section critique. De plus, elle a le défaut de converger vers une solution sans ressaut hydraulique là où les simulations numériques indiquent qu'un tel ressaut existe. La meilleure solution qui ait pu être trouvée pour corriger ce défaut est d'utiliser un profil de $\|\vec{\nabla}h(x)\|$ suffisamment réaliste, de contraindre le profil de $\theta(x)$ en deux abscisses (les deux extrémités de la section critique) et de continuer à maximiser le coefficient χ_b lorsque ces contraintes le permettent. On obtient alors de très bons résultats dans le domaine des nombres de FROUDE investigués.

Chapitre 6

Evaluation du modèle concentré hydrostatique

Une bonne partie de la discussion du modèle concentré a déjà été faite au chapitre précédent puisque la méthode qui y est décrite et analysée en constitue une caractéristique fondamentale. Dans ce chapitre, la résolution des équations du modèle concentré est présentée (section 6.1) avant d'aborder les résultats proprement dits (section 6.2).

6.1 Résolution des équations du modèle concentré

6.1.1 Principe de résolution

Le système d'équations à résoudre (section 4.4) est repris ci-dessous.

Données du problème :

- Géométrie (B_c et B_b)
- Débit alimentant le canal (Q_i , d'où $q_i = Q_i/B_c$)
- Relation de déversoir (h_w et paramètres donnant μ)

Equations de continuité et de quantité de mouvement :

$$- q_i B_c + q_o B_c + \chi_b q_b B_b = 0 \quad (6.1)$$

$$- \left(\frac{q_i^2}{h_i} + \frac{gh_i^2}{2} \right) B_c + \left(\frac{q_o^2}{h_o} + \frac{gh_o^2}{2} \right) B_c + \chi_{bx} \frac{q_b^2}{h_b} B_b = 0 \quad (6.2)$$

$$- \left(\chi_r \frac{B_r}{2} - \chi_{l1} B_{l1} \right) \frac{gh_i^2}{2} - \left(\chi_r \frac{B_r}{2} - \chi_{l2} B_{l2} \right) \frac{gh_o^2}{2} + \chi_{by} \frac{q_b^2}{h_b} B_b + \frac{gh_b^2}{2} B_b = 0 \quad (6.3)$$

Conditions aux limites :

$$q_o = \frac{2}{3} \mu \sqrt{2g} (h_o - h_w)^{3/2} \quad (6.4)$$

$$q_b = \sqrt{gh_b^3} \quad (6.5)$$

Enfin, l'aspect empirique intervient dans la définition des paramètres suivants :

$$\begin{aligned} B_r &= 2B_c + 2x_{\text{int}}, & \chi_r &= 1 \\ B_{l1} &= B_c, & \chi_{l1} &= 0,95 \\ B_{l2} &= B_c + 2x_{\text{int}} - B_b, & \chi_{l2} &= 1 \end{aligned}$$

ainsi que dans la détermination de la forme de la section critique au moyen de 2 paraboles, x_{int} , y_{min} et y_{max} étant exprimés en fonction de Fr_0 , lui-même calculé à partir de q_i et de la relation de déversoir (6.4). Le calcul des coefficients χ_b , χ_{bx} et χ_{by} se fait en supposant un $\|\vec{\nabla}h\|/h$ constant, conformément à l'idée de base du chapitre 5.

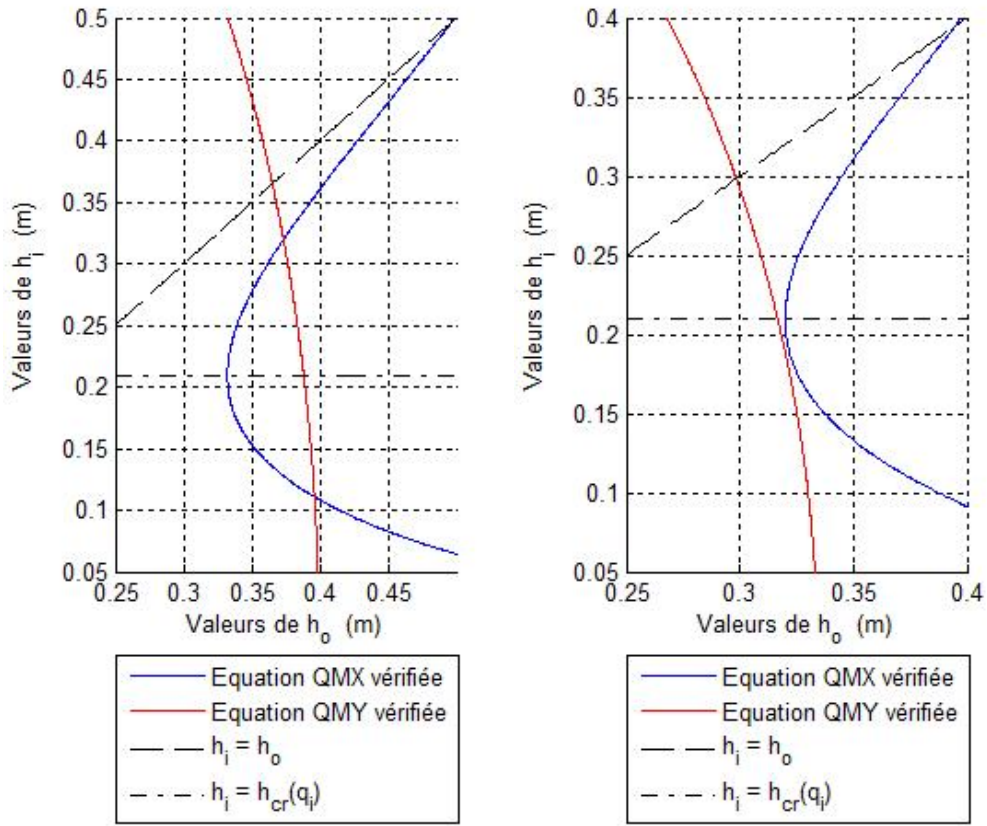
Ce problème est résolu à l'aide du tableur EXCEL (MICROSOFT OFFICE), en particulier grâce à l'outil *Solver* qui permet la résolution d'équations non linéaires.

Dans une première étape, les données du problème sont utilisés pour définir la forme de la section critique et les coefficients χ_b , χ_{bx} et χ_{by} sont ensuite déterminés en cherchant la plus grande valeur possible pour χ_b (voir chapitre 5). Après cette première étape, tous les paramètres du problème sont donc fixés.

La seconde étape, qui vise à résoudre un système de 5 équations à 5 inconnues est traité de la façon suivante. Deux inconnues, à savoir les hauteurs d'eau h_i et h_o , sont choisies comme inconnues de base et reçoivent donc une valeur arbitraire pour l'initialisation du calcul. Les conditions aux limites (6.4) et (6.5) ainsi que l'équation (6.1) de continuité sont utilisées comme des relations exprimant les valeurs des 3 autres inconnues (q_o , q_b et h_b) en fonction des inconnues de base. Ces 5 grandeurs sont ensuite combinées pour former les membres de gauche des 2 équations (6.2) et (6.3) de quantité de mouvement : ces derniers sont donc vus comme 2 fonctions de h_i et h_o . Le *Solver* permet d'annuler ces 2 fonctions et faisant varier les paramètres h_i et h_o .

6.1.2 Existence et unicité de la solution

Afin d'appréhender le comportement de ce calcul, et en particulier de vérifier si sa solution est unique ou si une attention particulière doit être portée au choix des conditions initiales, il est intéressant de représenter, dans le plan (h_i, h_o) , les lieux des points où les équations (6.2) et (6.3), considérées comme des fonctions de h_i et h_o , s'annulent. C'est ce qui est fait à la Figure 6.1 (a). On peut y remarquer que 2 solutions existent pour le système d'équation (intersections des 2 courbes). Pour les 2 solutions, la hauteur d'eau à la section *in* du volume de contrôle est inférieure à la hauteur d'eau au niveau de la section *out* comme attendu. Cependant, dans l'un des deux cas, la hauteur h_i est inférieure à sa hauteur critique et l'écoulement



(a) Cas B70-Q300-H50

(b) Cas B70-Q300-H40

FIGURE 6.1 – Représentation des lieux des points où les équations (6.2) et (6.3) sont vérifiées pour deux configurations

est donc *supercritique* à l'entrée du volume de contrôle : cette solution n'a pas de sens physique puisqu'elle ne correspond pas à la situation modélisée et elle doit donc être rejetée.

Pour éviter de converger vers un résultat qui n'a pas de sens physique, une bonne pratique consiste à initialiser h_i et h_o en leur donnant leur véritable valeur initiale (0,50 m dans le cas de la Figure 6.1). En effet, l'équation de quantité de mouvement selon x est alors vérifiée et seule la quantité de mouvement selon y présente un déséquilibre. En se rapprochant de l'équilibre selon y sans trop s'écarter de l'équilibre selon x , on converge vers la bonne solution. Une vérification *a posteriori* est cependant nécessaire pour valider la solution du calcul : ce test peut simplement se baser sur le nombre de FROUDE au niveau de la section *in* du volume de contrôle.

La Figure 6.1 (b) indique qu'il est également possible que le système d'équation ne possède pas de solution (absence d'intersection entre les 2 courbes). Dans les configurations étudiées, ce cas de figure ne se présente que pour celles où le nombre

de FROUDE initial vaut 0,38 (Cas Q300-H40). Or le chapitre 5 a montré que pour $Fr_0 > 0,3$, le coefficient χ_b devient supérieur à la valeur qu'il prend dans WOLF 2D et que son comportement n'est plus correct (voir Figure 5.8 (a), page 68). Comme le remplacement, dans les équations du modèle concentré, des valeurs de χ_b , χ_{bx} et χ_{by} par celles tirées de WOLF 2D permet de corriger tout à fait le défaut de la Figure 6.1 (b) et de retrouver une situation semblable à celle de la Figure 6.1 (a), ce sont bien ces coefficients qui sont à l'origine du problème.

De cette dernière constatation, il ressort que $Fr_0 = 0,3$ semble constituer une limite pour l'application du modèle concentré, du fait de la surestimation du coefficient χ_b qui s'y produit, à moins d'utiliser la solution proposée au chapitre 5 pour repousser quelque peu cette limite.

6.2 Analyse des résultats

Le Tableau 6.1 reprend, pour les 12 configurations qui ont été étudiées, les valeurs du débit stationnaire Q_b obtenues expérimentalement, par simulations WOLF 2D et au moyen du modèle concentré (MC). La dernière colonne indique également la différence relative entre les résultats du modèle concentré et les résultats WOLF 2D.

Excepté pour les configurations où $Fr_0 > 0,3$ (cas Q300-H40), la précision par rapport aux simulations WOLF 2D est inférieure à 5%. A titre de comparaison, et toujours pour les configurations où $Fr_0 < 0,3$, les erreurs sur les coefficients χ_b , χ_{bx} et χ_{by} sont respectivement de l'ordre de 10, 30 et 10%. Cela montre que même pour des configurations où la largeur B_b de la brèche est presque aussi grande que la largeur B_c du canal, une certaine approximation sur les caractéristiques de l'écoulement au niveau de la brèche ne gêne pas la qualité du résultat. Pour des configurations où la largeur du canal devriendrait bien plus grande que la largeur de la brèche, cette constatation serait encore plus valable puisque les termes relatifs à l'écoulement au travers de la brèche (termes multipliés par B_b) deviendraient plus faibles que les autres termes des équations (termes multipliés par B_c).

Pour les configurations Q300-H40, le modèle ne trouve pas de solution, ou alors converge vers une surestimation importante du débit passant par la brèche (+10%) lorsque la diminution de la largeur de la brèche permet de compenser la surestimation du coefficient χ_b . Cette surestimation va jusqu'à franchir l'écart qui sépare les résultats numériques des résultats expérimentaux et qui a été commenté au chapitre 3, mais d'après ce qui précède, ces résultats ne peuvent être considérés comme fiables.

Si l'accent a été mis sur les caractéristiques de l'écoulement au niveau de la brèche, il faut aussi remarquer que la condition limite liant q_o et h_o au niveau de la

Configuration	Expérim.	WOLF	MC	Ecart MC-WOLF
B70-Q300-H50	218	198	194	-2,0%
B70-Q300-H40	159	141	-	
B70-Q200-H50	194	182	176	-3,3%
B70-Q200-H40	154	141	138	-2,1%
B50-Q300-H50	178	163	161	-1,2%
B50-Q300-H40	118	115	124	7,8%
B50-Q200-H50	170	155	149	-3,9%
B50-Q200-H40	128	117	114	-2,6%
B30-Q300-H50	115	114	116	1,8%
B30-Q300-H40	84	80	91	13,8%
B30-Q200-H50	124	111	109	-1,8%
B30-Q200-H40	89	82	82	0,0%

TABLE 6.1 – Valeurs des débits stationnaires déviés par la brèche (valeurs en l/s)

section *out* du volume de contrôle n'est pas tout à fait rigoureuse puisqu'elle utilise une relation de déversoir qui a été calée pour la hauteur d'eau à l'extrémité aval du canal. L'ajout d'un calcul de « ligne d'eau » entre l'abscisse du déversoir et l'abscisse de la section *out* du volume de contrôle ne pose pas de difficulté particulière. Le Tableau 6.2 montre cependant que dans les configurations étudiées, cela n'a pratiquement pas d'influence : la comparaison des colonnes MC_0 et MC_μ montre que seules les configurations avec un débit Q_i de 300 l/s sont très légèrement modifiées (augmentation de Q_b).

Le Tableau 6.2 montre finalement que ce sont bien les coefficients χ_b , χ_{bx} et χ_{by} qui permettent d'expliquer l'essentiel de la différence entre les résultats du modèle concentré et ceux des simulations numériques : l'erreur n'est plus alors que de 1 ou 2%. Le cas B70-Q300-H40 est un peu à part, puisque si l'utilisation des coefficients de WOLF 2D permet bien de converger vers une solution (ce qui n'est pas le cas avec les coefficients du modèle concentré), celle-ci se trouve encore à 7% de la solution WOLF 2D.

La précision obtenue dans la dernière colonne du Tableau 6.2 (utilisation des coefficients WOLF 2D), pourrait également être atteinte en calculant les coefficients χ_b , χ_{bx} et χ_{by} au moyen de la variante à la méthode de base proposée à la section 5.3 (utilisation d'un gradient de hauteurs d'eau non constant le long de la section critique et utilisation de 2 contraintes sur la direction de l'écoulement). Cette solution a cependant le désavantage d'introduire plus d'arbitraire dans la méthode.

Configuration	Référence WOLF	MC ₀		MC _μ		MC _{μ,χ_b}	
		Q _b	Ecart	Q _b	Ecart	Q _b	Ecart
B70-Q300-H50	198	194	-2,0%	195	-1,5%	195	-1,5%
B70-Q300-H40	141	-		-		151	7,1%
B70-Q200-H50	182	176	-3,3%	176	-3,3%	182	0,0%
B70-Q200-H40	141	138	-2,1%	138	-2,1%	138	-2,1%
B50-Q300-H50	163	161	-1,2%	161	-1,2%	162	-0,6%
B50-Q300-H40	115	124	7,8%	125	8,7%	115	0,0%
B50-Q200-H50	155	149	-3,9%	149	-3,9%	153	-1,3%
B50-Q200-H40	117	114	-2,6%	114	-2,6%	116	-0,9%
B30-Q300-H50	114	116	1,8%	116	1,8%	115	0,9%
B30-Q300-H40	80	91	13,8%	92	15,0%	82	2,5%
B30-Q200-H50	111	109	-1,8%	109	-1,8%	112	0,9%
B30-Q200-H40	82	82	0,0%	82	0,0%	82	0,0%

TABLE 6.2 – Valeurs (en l/s) des débits Q_b dans le modèle concentré de base (MC₀), lorsqu'on y introduit le calcul de la ligne d'eau à l'aval du canal (MC_μ) et lorsqu'on utilise les coefficients χ_b , χ_{bx} et χ_{by} tirés de WOLF 2D (MC_{μ,χ_b})

6.3 Synthèse

Le système d'équation du modèle concentré possède généralement 2 solutions, l'une d'entre elles indiquant un régime supercritique au niveau de la section *in* du volume de contrôle et devant donc être rejetée. Pour des écoulements à forte énergie cinétique dans le canal, le chapitre 5 a montré que les coefficients χ_b , χ_{bx} et χ_{by} calculés n'ont plus de comportement « physique », ce qui se traduit au niveau du modèle concentré soit par l'absence de solution, soit par une surestimation importante du débit. Ce cas mis à part, le modèle concentré donne de très bons résultats comparé aux simulations numériques (erreur inférieure à 5%), l'essentiel des erreurs étant liées aux approximations des conditions d'écoulement au travers de la brèche.

Chapitre 7

Perspective 1 : Modèle de BOUSSINESQ

Ce chapitre présente un modèle de Boussinesq 2D stationnaire qui pourrait être implémenté dans les simulations numériques Wolf 2D afin d'en améliorer la précision. Le modèle est introduit à la section 7.1, les développements mathématiques sont repris à la section 7.2 et une discussion des résultats susceptibles d'être obtenus est finalement faite à la section 7.3.

7.1 Introduction

Le chapitre 3 a présenté les conclusions d'une étude confrontant simulations numériques et résultats expérimentaux et mettant en évidence les limites des *shallow water equations* (SWE) pour l'évaluation précise du fractionnement du débit au niveau d'une brèche de digue (ROGER, DEWALS et al., 2009, 2010). Ce sont les hypothèses de pression hydrostatique et de profils de vitesses uniformes sur la hauteur de l'écoulement qui permettent d'expliquer la plus grande partie des différences entre les résultats WOLF 2D et les résultats expérimentaux.

Dans l'établissement des SWE, la pression hydrostatique, n'est, pour rappel, pas une hypothèse à proprement parler mais la conséquence directe d'une autre hypothèse, à savoir que les vitesses perpendiculaires au plan principal de l'écoulement sont faibles devant les vitesses tangentes à ce plan. Dans un essai publié en 1877, BOUSSINESQ a proposé un modèle mathématique permettant de tenir compte de l'influence des vitesses verticales *via* l'ajout de termes en dérivées troisièmes des inconnues dans les SWE. Ces termes additionnels sont appelés « termes de BOUSSINESQ ». D'après ce modèle, les profils de pression s'écartent d'une distribution hydrostatique lorsque la courbure de la surface libre devient importante. Ce comportement est illustré à la Figure 7.1 (les diagrammes de pression de couleur claire

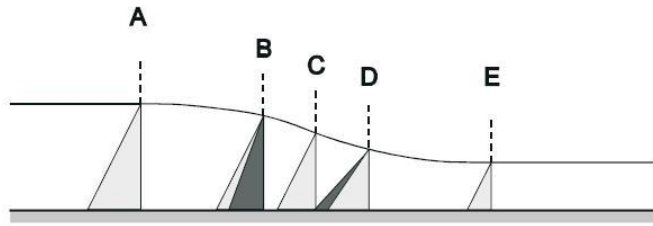


FIGURE 7.1 – Ecart à la pression hydrostatique induits par le modèle de BOUSSINESQ en fonction de la courbure de la surface libre (écoulement de gauche à droite) — extrait de SOARES FRAZÃO et ZECH (2002)

représentent les diagrammes donnés par le modèle hydrostatique, les diagrammes de couleur foncée représentent les diagrammes donnés par le modèle de BOUSSINESQ lorsque ceux-ci sont différents des premiers) : lorsque la surface libre prend une courbure négative, un effet de « force centrifuge » (BOUSSINESQ, 1877) tend à diminuer la pression ; lorsque la courbure est positive, l’effet est une augmentation de pression. Or, dans le cas des écoulements consécutifs à une rupture de digue, la courbure de la surface libre est très importante au niveau de la brèche (voir Figure 7.2). Le modèle de BOUSSINESQ constitue donc une piste intéressante pour l’amélioration des simulations numériques 2D.

Le modèle de BOUSSINESQ a récemment fait l’objet d’investigations pour le calcul d’écoulements stationnaires 1D. SOARES FRAZÃO et ZECH (2002) l’ont appliqué au calcul de la propagation d’une onde dans un canal : le modèle de BOUSSINESQ permet de modéliser correctement la formation des ondes secondaires de FAVRE. Dans le cadre des ruptures de barrages, MOHAPATRA et CHAUDHRY (2004) ont pu mettre en évidence la prédominance de l’un des termes de BOUSSINESQ par rapport aux autres, mais ont également montré que le temps d’arrivée de l’onde de rupture ainsi que les hauteurs maximales atteintes ne sont que faiblement influencés par l’ajout des termes de BOUSSINESQ.

Le modèle de BOUSSINESQ constitue donc une piste intéressante pour l’amélioration des simulations numériques 2D puisque son interprétation physique (prise en compte des vitesses verticales) répond justement à la nécessité d’ajouter des effets 3D dans ces simulations. Il faudra cependant vérifier que ces effets permettront bien de tendre vers une amélioration significative des résultats 2D hydrostatiques.

Dans ce chapitre, il ne sera question que de lever l’hypothèse de pression hydrostatique. Les profils de vitesses selon x et y continueront d’être supposés uniformes sur la hauteur de l’écoulement, à défaut de disposer d’un modèle susceptible de calculer des coefficients d’inégale répartition sur base d’une approche dont l’interprétation physique correspond bien aux effets à modéliser.

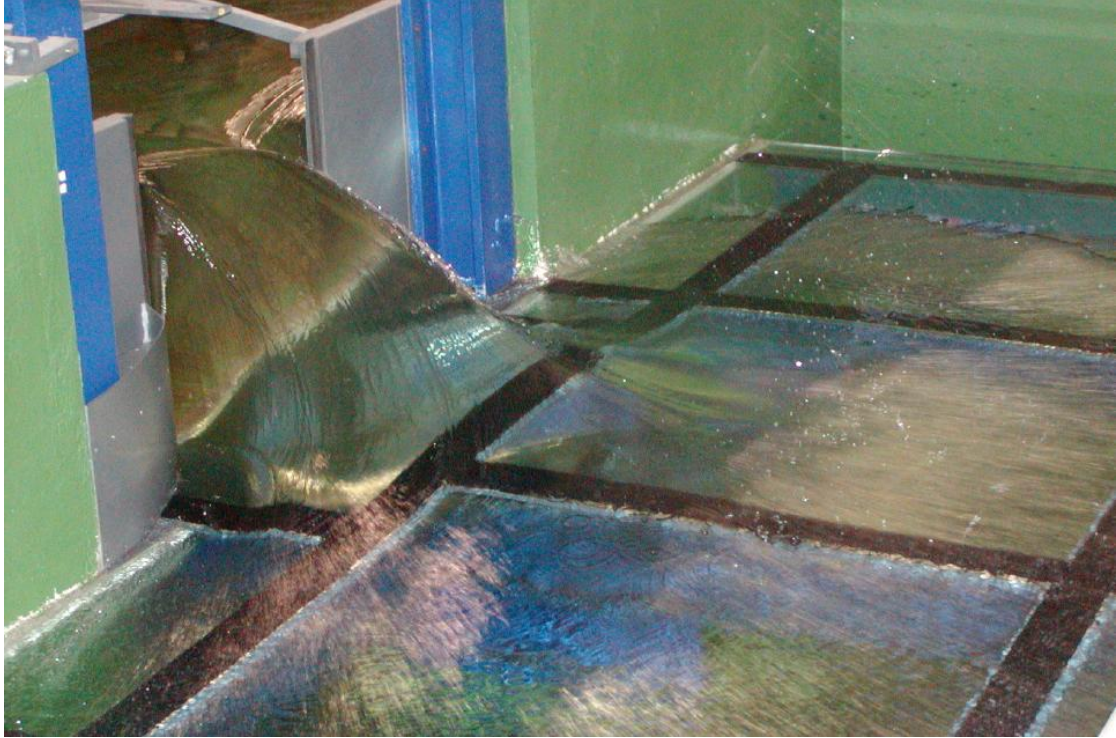


FIGURE 7.2 – Mise en évidence de la courbure de la surface libre de l'écoulement au niveau de la brèche — extrait de BRIECHLE (2006)

7.2 Modèle mathématique

Les développements de cette section sont tirés de DEWALS (2010) qui se base sur les développements 1D de SOARES FRAZÃO et ZECH (2002) pour les étendre au cas 2D stationnaire.

SOARES FRAZÃO et ZECH (2002) ont pu établir les équations du modèle 1D de BOUSSINESQ en utilisant des hypothèses moins restrictives que celles qui sont couramment posées. Ces équations peuvent être obtenues en intégrant les équations de NAVIER-STOKES sur la hauteur d'un écoulement non visqueux. Sous leur forme non conservative, ces équations s'écrivent, en orientant l'axe z selon la verticale (écoulement sur fond horizontal) :

$$\frac{\partial \hat{u}}{\partial x} + \frac{\partial \hat{v}}{\partial y} + \frac{\partial \hat{w}}{\partial z} = 0 \quad (7.1)$$

$$\frac{\partial \hat{u}}{\partial t} + \hat{u} \frac{\partial \hat{u}}{\partial x} + \hat{v} \frac{\partial \hat{u}}{\partial y} + \hat{w} \frac{\partial \hat{u}}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \hat{p}}{\partial x} \quad (7.2)$$

$$\frac{\partial \hat{v}}{\partial t} + \hat{u} \frac{\partial \hat{v}}{\partial x} + \hat{v} \frac{\partial \hat{v}}{\partial y} + \hat{w} \frac{\partial \hat{v}}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \hat{p}}{\partial y} \quad (7.3)$$

$$\frac{\partial \hat{w}}{\partial t} + \hat{u} \frac{\partial \hat{w}}{\partial x} + \hat{v} \frac{\partial \hat{w}}{\partial y} + \hat{w} \frac{\partial \hat{w}}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \hat{p}}{\partial z} - g \quad (7.4)$$

L'hypothèse fondamentale du modèle de BOUSSINESQ est de supposer que les vitesses \hat{w} varient linéairement selon l'axe z , depuis 0 au niveau du fond ($z = 0$) jusqu'à w_s au niveau de la surface libre (7.5), cette dernière valeur étant fixée par la condition cinématique (7.6) exprimant que le vecteur vitesse est tangent à la surface libre (l'indice s fait référence à une grandeur locale au niveau de la surface libre) :

$$\hat{w}(z) = \frac{z}{h} w_s \quad (7.5)$$

$$w_s = \frac{\partial h}{\partial t} + u_s \frac{\partial h}{\partial x} + v_s \frac{\partial h}{\partial y} \quad (7.6)$$

Remarquons tout d'abord que l'injection des expressions (7.5) et (7.6) dans l'équation (7.1) de conservation de la masse, conduit, après intégration de cette dernière sur la hauteur h , à une expression de l'équation de continuité en tout point identique à celle du modèle hydrostatique (voir équation (3.1), page 21) :

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial hu}{\partial x} + \frac{\partial hv}{\partial y} = 0 \quad (7.7)$$

L'intégration de l'équation (7.4) de quantité de mouvement selon z fournit classiquement le profil de pression sur la hauteur de l'écoulement. L'injection du profil linéaire (7.5) dans l'équation (7.4) donne, après une première intégration :

$$\frac{\hat{p}(z)}{\rho} = g(h - z) + \frac{h^2 - z^2}{2} \left[\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{w_s}{h} \right) + u \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{w_s}{h} \right) + v \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{w_s}{h} \right) + \left(\frac{w_s}{h} \right)^2 \right] \quad (7.8)$$

Le modèle de BOUSSINESQ superpose donc un profil de pression parabolique au profil hydrostatique.

Pour développer plus avant l'équation (7.8) et traiter ensuite les équations (7.2) et (7.3) de quantité de mouvement selon x et y , deux hypothèses supplémentaires sont nécessaires. La première suppose que les profils de vitesses \hat{u} et \hat{v} peuvent s'écrire sous la forme

$$\hat{u}(z) = u + u''(z) \quad \text{avec } u''(z) \ll u \quad (7.9)$$

$$\hat{v}(z) = v + v''(z) \quad \text{avec } v''(z) \ll v \quad (7.10)$$

Cela permet notamment de réécrire (7.6) sous la forme :

$$w_s = \frac{\partial h}{\partial t} + u \frac{\partial h}{\partial x} + v \frac{\partial h}{\partial y} \quad (7.11)$$

La seconde hypothèse est que les grandeurs u'' , v'' , w_s/h ainsi que toutes les dérivées premières en $\partial/\partial t$, $\partial/\partial x$ et $\partial/\partial y$ sont « suffisamment petites pour considérer qu'un

produit d'au moins 2 de ces grandeurs est négligeable devant l'une d'entre elles prise séparément » (SOARES FRAZÃO et ZECH, 2002). Sur base de ces deux hypothèses, le profil (7.8) prend la forme suivante :

$$\frac{\hat{p}(z)}{\rho} = g(h - z) + \frac{h^2 - z^2}{2h} \left[\frac{\partial^2 h}{\partial t} + 2u \frac{\partial^2 h}{\partial t \partial x} + 2v \frac{\partial^2 h}{\partial t \partial y} + u^2 \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + 2uv \frac{\partial^2 h}{\partial x \partial y} + v^2 \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} \right] \quad (7.12)$$

A ce niveau, les développements de DEWALS (2010) s'écartent de la procédure de SOARES FRAZÃO et ZECH (2002). L'objectif est en effet de calculer un écoulement 2D *stationnaire*, état dans lequel les dérivées temporelles des inconnues sont nulles par définition. Par conséquent, les termes de l'équation (7.12) faisant intervenir une dérivée temporelle ne seront pas pris en compte. Cette simplification conduira à une représentation impropre de la phase instationnaire mais ne devrait pas empêcher les simulations numériques de converger vers une solution stationnaire correcte. Le profil de pression utilisé sera donc :

$$\frac{\hat{p}(z)}{\rho} = g(h - z) + \frac{h^2 - z^2}{2h} \left[u^2 \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + 2uv \frac{\partial^2 h}{\partial x \partial y} + v^2 \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} \right] \quad (7.13)$$

Finalement, en utilisant l'expression (7.13) dans les équations (7.2) et (7.3) de quantité de mouvement selon x et y et en intégrant ces dernières (les développements font de nouveau appel aux hypothèses sur les profils de \hat{u} et \hat{v} et sur les ordres de grandeurs), on obtient le système d'équations suivant :

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial hu}{\partial x} + \frac{\partial hv}{\partial y} = 0 \quad (7.14)$$

$$\frac{\partial hu}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(hu^2 + \frac{gh^2}{2} \right) + \frac{\partial huv}{\partial y} + \frac{h^2}{3} \left[u^2 \frac{\partial^3 h}{\partial x^3} + 2uv \frac{\partial^3 h}{\partial x^2 \partial y} + v^2 \frac{\partial^3 h}{\partial x \partial y^2} \right] = 0 \quad (7.15)$$

$$\frac{\partial hv}{\partial t} + \frac{\partial huv}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \left(hv^2 + \frac{gh^2}{2} \right) + \frac{h^2}{3} \left[v^2 \frac{\partial^3 h}{\partial y^3} + 2uv \frac{\partial^3 h}{\partial x \partial y^2} + u^2 \frac{\partial^3 h}{\partial x^2 \partial y} \right] = 0 \quad (7.16)$$

Il s'agit d'un modèle visant à calculer un état stationnaire : les dérivées temporelles des inconnues conservatives n'ont pas nécessairement une interprétation physique, mais elles sont conservées dans la perspective d'une résolution au moyen d'un schéma de RUNGE-KUTTA comme c'est le cas pour les simulations WOLF 2D présentées au chapitre 3.

7.3 Contributions des termes de BOUSSINESQ aux résultats hydrostatiques

Le modèle de BOUSSINESQ tel qu'il a été présenté à la section précédente ne diffère du modèle des SWE que par l'ajout de 3 termes dans chacune des équations de quantité de mouvement. Ces termes font cependant intervenir des dérivées troisième des hauteurs d'eau, ce qui les rend « difficiles à intégrer » comme le font remarquer SOARES FRAZÃO et ZECH (2002). Il vaut donc la peine de vérifier si ces termes additionnels sont effectivement susceptibles d'apporter une contribution significative.

7.3.1 Mise sous forme adimensionnelle

La mise sous forme adimensionnelle d'un système d'équations (PIROTTON et al., 2009-2010) demande la définition de grandeurs caractéristiques. Définissons donc une longueur caractéristique dans le plan (L_0), une hauteur d'eau caractéristique (h_0), une vitesse caractéristique (v_0), un temps caractéristique (t_0) et une accélération caractéristique (g_0). Les grandeurs adimensionnelles qui en découlent sont définies de la façon suivante :

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \frac{x}{L_0}, & \bar{y} &= \frac{y}{L_0}, & \bar{h} &= \frac{h}{h_0}, \\ \bar{u} &= \frac{u}{v_0}, & \bar{v} &= \frac{v}{v_0}, & \bar{t} &= \frac{t}{t_0}, & \bar{g} &= \frac{g}{g_0} \end{aligned}$$

Les différentes grandeurs caractéristiques ne font intervenir que 2 unités fondamentales : une unité de longueur et une unité de temps. La définition des relations suivantes permet de ne pas utiliser des grandeurs caractéristiques surabondantes :

$$t_0 = \frac{L_0}{v_0}, \quad g_0 = \frac{v_0^2}{h_0} \quad (7.17)$$

Les relations (7.17) sont classiquement utilisées dans la discussion des équations de NAVIER-STOKES qui mène à l'établissement des SWE (PIROTTON et al., 2009-2010).

Au moyen de ces différentes définitions, on obtient le système d'équations adi-

mensionnelles suivant :

$$\frac{\partial \bar{h}}{\partial \bar{t}} + \frac{\partial \bar{h}\bar{u}}{\partial \bar{x}} + \frac{\partial \bar{h}\bar{v}}{\partial \bar{y}} = 0 \quad (7.18)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{h}\bar{u}}{\partial \bar{t}} + \frac{\partial}{\partial \bar{x}} \left(\bar{h}\bar{u}^2 + \frac{\bar{g}\bar{h}^2}{2} \right) + \frac{\partial \bar{h}\bar{u}\bar{v}}{\partial \bar{y}} \\ + \frac{h_0^2}{L_0^2} \left[\frac{\bar{h}^2\bar{u}^2}{3} \frac{\partial^3 \bar{h}}{\partial \bar{x}^3} + 2 \frac{\bar{h}^2\bar{u}\bar{v}}{3} \frac{\partial^3 \bar{h}}{\partial \bar{x}^2 \partial \bar{y}} + \frac{\bar{h}^2\bar{v}^2}{3} \frac{\partial^3 \bar{h}}{\partial \bar{x} \partial \bar{y}^2} \right] = 0 \end{aligned} \quad (7.19)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{h}\bar{v}}{\partial \bar{t}} + \frac{\partial \bar{h}\bar{u}\bar{v}}{\partial \bar{x}} + \frac{\partial}{\partial \bar{y}} \left(\bar{h}\bar{v}^2 + \frac{\bar{g}\bar{h}^2}{2} \right) \\ + \frac{h_0^2}{L_0^2} \left[\frac{\bar{h}^2\bar{v}^2}{3} \frac{\partial^3 \bar{h}}{\partial \bar{y}^3} + 2 \frac{\bar{h}^2\bar{u}\bar{v}}{3} \frac{\partial^3 \bar{h}}{\partial \bar{x} \partial \bar{y}^2} + \frac{\bar{h}^2\bar{u}^2}{3} \frac{\partial^3 \bar{h}}{\partial \bar{x}^2 \partial \bar{y}} \right] = 0 \end{aligned} \quad (7.20)$$

On remarque que tous les termes déjà présents dans les SWE ont le même ordre de grandeur. Quant aux termes de BOUSSINESQ, leur expression adimensionnelle est multipliée par le facteur $(h_0/L_0)^2$, c'est-à-dire par le carré du rapport de la hauteur d'eau caractéristique et de la longueur caractéristique. Dans le cas du modèle réduit qui sert de référence au présent travail, ce rapport n'est pas négligeable : dans le canal, les hauteurs d'eau sont environ comprises entre 30 et 50 *cm*, alors que la dimension caractéristique du dispositif est soit comprise entre 30 et 70 *cm* si on considère que $L_0 = B_b$, soit égale à 1 *m* si on considère plutôt que $L_0 = B_c$. Cette dernière alternative paraît plus en accord avec la manière dont a été défini le volume de contrôle du modèle concentré (zone du canal où l'influence de la brèche se fait ressentir). Le choix de poser L_0 égal à la longueur du canal n'a en tout cas pas de sens physique, ce qui signifie que le facteur $(h_0/L_0)^2$ est, dans le pire des cas, de l'ordre de 10^{-1} .

Dans une situation plus réaliste de rupture de digue, le rapport de la hauteur de l'écoulement à la dimension caractéristique en plan est nettement plus faible. A titre d'exemple, KAMRATH, KÖNGETER et al. (2006) ont simulés des écoulements consécutifs à une rupture de digue dans des situations réalistes de topographie (digues le long du Rhin) et de conditions hydrauliques en cas de crue (reproduction de cas extrêmes ayant été référencés) afin d'établir une formule empirique exprimant le débit passant par la brèche : les différents scénarios considérés impliquaient des hauteurs d'eau allant de 2 à 8 *m*, des brèches de 50 à 400 *m* et une « longueur transversale d'influence de la brèche » comprise entre 150 et 500 *m*. Le calcul du facteur $(h_0/L_0)^2$ donne, dans le meilleurs des cas, une valeur de l'ordre de 10^{-3} et plus généralement égale à 10^{-4} .

Les travaux de KAMRATH, KÖNGETER et al. (2006) sont antérieurs à ceux de ROGER, DEWALS et al. (2009) et ne font pas référence à des résultats expérimentaux. Par conséquent, la question de la validité du modèle de calcul utilisé (logiciel basé sur les SWE) n'est pas posée par ces auteurs. Il semblerait cepen-

dant que dans les situations étudiées par ces derniers, l'effet d'une pression non hydrostatique au voisinage de la brèche ne soit pas aussi déterminant que dans les situations étudiées par ROGER, DEWALS et al. (2009). Pour pouvoir l'affirmer, il faudrait pouvoir disposer d'essais expérimentaux sur un modèle réduit présentant un rapport $(h_0/L_0)^2$ faible.

Enfin, notons que la mise sous forme adimensionnelle conduisant aux équations (7.18) à (7.20) n'a pas eu recours à des longueurs (ou vitesses) caractéristiques différentes selon l'axe x ou y . Par conséquent, tous les termes adimensionnels de BOUSSINESQ sont multipliés par le même facteur alors qu'ils font intervenir des dérivées partielles selon des axes différents. Or, comme cela a déjà été signalé, MOHAPATRA et CHAUDHRY (2004) ont pu mettre en évidence la prédominance d'un terme de BOUSSINESQ par rapport aux autres dans le cas d'un modèle 1D *instationnaire*. Cependant, comme il s'agit d'un terme comprenant une dérivée spatiale et une dérivée temporelle, ce résultat n'est pas transposable au cas qui nous occupe. D'ailleurs, en suivant l'approche décrite à la sous-section suivante mais en tenant compte de la contribution individuelle de chacun des termes de BOUSSINESQ, on peut montrer qu'aucun d'entre eux n'est négligeable face aux autres et que le système d'équation tel qu'il a été défini à la section 7.2 ne peut être d'avantage simplifié.

7.3.2 Importance relative par rapport aux termes convectifs

Dans la perspective d'une implémentation du modèle de BOUSSINESQ dans le logiciel WOLF 2D, les solutions hydrostatiques stationnaires pourraient constituer la condition initiale à partir de laquelle le calcul convergerait vers un état stationnaire « corrigé » en utilisant une intégration « temporelle » explicite comme le suggère la présentation des équations (7.14) à (7.16). Le premier pas de ce calcul est donc connu et il est en particulier possible de déterminer les valeurs distribuées des coefficients de BOUSSINESQ. Dans la logique de la sous-section précédente, l'importance relative de ces termes par rapport aux termes convectifs permet donc de dire si le déséquilibre dans la « situation initiale hydrostatique » est important ou non et donc, par extrapolation, si l'état stationnaire corrigé est susceptible d'être significativement différent de la solution hydrostatique ou non.

Pour la représentation de l'importance des termes de BOUSSINESQ, ce sont les

expressions suivantes qui ont été choisies :

$$\Upsilon_{\text{QMX}} = \left\| \frac{\frac{h^2 u^2}{3} \frac{\partial^3 h}{\partial x^3} + \frac{2h^2 uv}{3} \frac{\partial^3 h}{\partial x^2 \partial y} + \frac{h^2 v^2}{3} \frac{\partial^3 h}{\partial x \partial y^2}}{\frac{\partial hu^2}{\partial x} + \frac{\partial huv}{\partial y}} \right\| \quad (7.21)$$

$$\Upsilon_{\text{QMY}} = \left\| \frac{\frac{h^2 v^2}{3} \frac{\partial^3 h}{\partial y^3} + \frac{2h^2 uv}{3} \frac{\partial^3 h}{\partial x \partial y^2} + \frac{h^2 u^2}{3} \frac{\partial^3 h}{\partial x^2 \partial y}}{\frac{\partial huv}{\partial x} + \frac{\partial hv^2}{\partial y}} \right\| \quad (7.22)$$

Ces expressions considèrent, pour chaque équation, la contribution globale des termes de BOUSSINESQ rapportée à la somme des termes convectifs. Le numérateur et le dénominateur de ces expressions font tous deux intervenir des dérivées partielles selon x et y afin de pouvoir tirer des conclusions qui ne sont pas trop dépendantes du système d'axe choisi. Au dénominateur, les termes de pression ne sont pas ajoutés aux termes convectifs puisqu'on obtiendrait alors une valeur nulle.

La Figure 7.3 indique les ordres de grandeurs des paramètres Υ_{QMX} et Υ_{QMY} au voisinage de la brèche pour différentes configurations (le système d'axe est toujours celui de la Figure 4.1, page 34). Ceux-ci prennent des valeurs très élevées au niveau de la brèche : les termes de BOUSSINESQ peuvent localement prendre des valeurs plus de 10 fois supérieures à celles des termes convectifs, ce qui est susceptible de modifier profondément l'équilibre qui s'établit en hydrostatique. Leur importance est peut-être liée à la taille du maillage, qui n'est peut-être pas suffisamment fine pour une évaluation précise de dérivées troisièmes des inconnues aux endroits où celles-ci subissent des variations assez brusques. On note cependant la tendance suivante : les termes de BOUSSINESQ sont au moins de l'ordre de grandeur des termes convectifs dans la région de la brèche, et ils deviennent négligeables dans le canal lorsqu'on s'éloigne de la brèche. C'est donc bien au niveau de la brèche, là où les courbures de la surface libre sont importantes, que l'hypothèse de pression hydrostatique n'est pas appropriée.

La Figure 7.3 suggère que les termes de BOUSSINESQ sont d'autant plus importants que le nombre de FROUDE est grand. Cela correspond bien au Tableau 7.1, qui montre que la sous-estimation du débit Q_b par WOLF 2D est croissante avec le nombre de FROUDE de l'écoulement.

7.3.3 Influence sur les résultats hydrostatiques

Au moyen de la Figure 7.4, SOARES FRAZÃO et ZECH (2002) expliquent, pour une onde longue pour laquelle l'hypothèse de pression hydrostatique est tout à fait valable, comment les effets de courbure de la surface libre commencent à devenir influents lorsque l'onde se raidit et comment ils permettent d'expliquer l'apparition d'ondes secondaires de FAVRE. Ce raisonnement est intéressant puisqu'il explique comment une situation où la pression est hydrostatique peut être modifiée lorsque

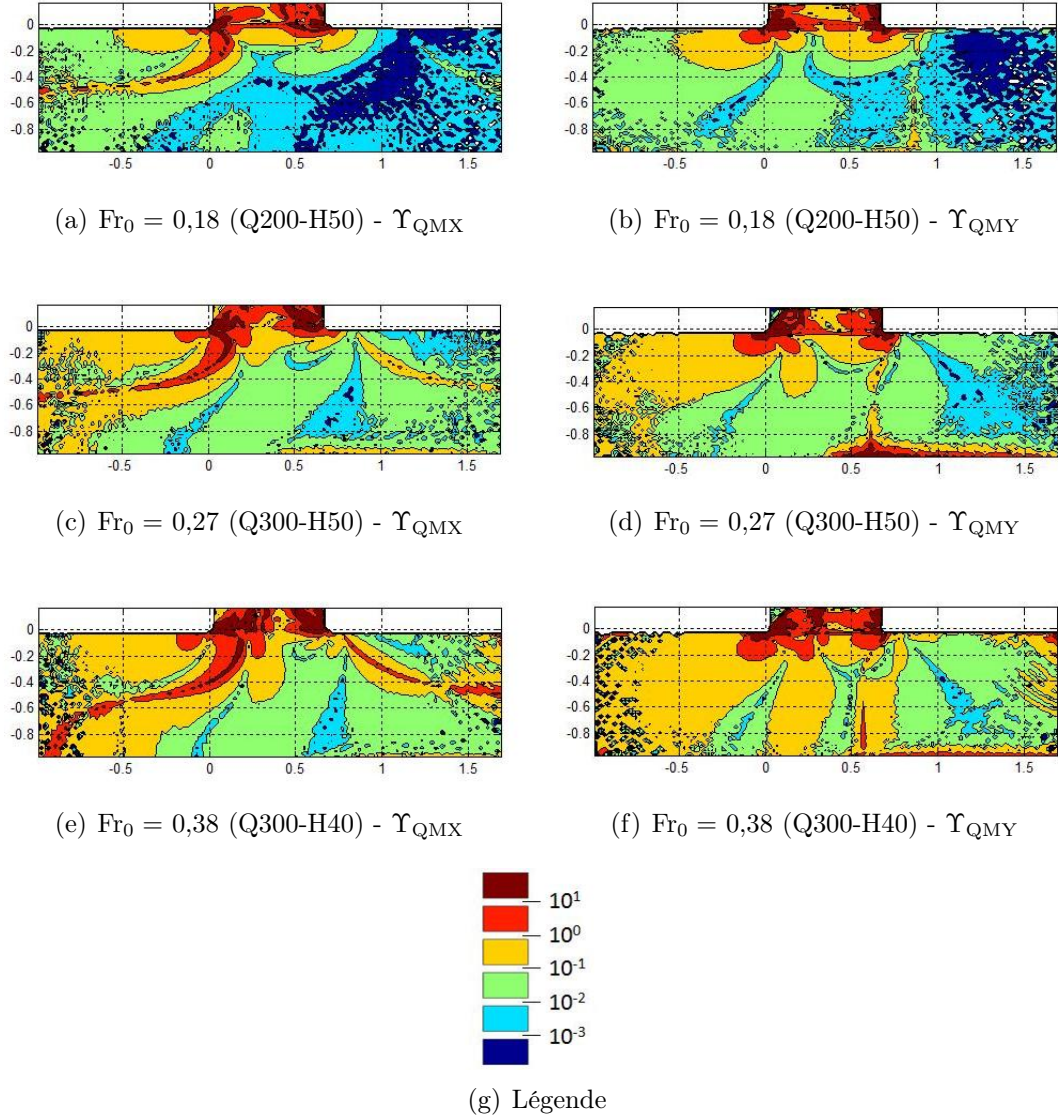


FIGURE 7.3 – Vues distribuées des paramètres Υ_{QMX} et Υ_{QMY} dans la zone de la brèche (configurations avec brèche de 70 cm)

Configuration	Fr_0	Débit Q_b (l/s)		Ecart
		Exp.	WOLF	
Q200-H50	0,18	194	182	-6%
Q300-H50	0,27	218	198	-9%
Q300-H40	0,38	159	141	-11%

TABLE 7.1 – Ecart entre prédictions numériques et résultats expérimentaux pour les configurations de la Figure 7.3

les termes de BOUSSINESQ deviennent importants. Il est donc en partie repris ici.

L'onde longue qui se propage de la gauche vers la droite sur la Figure 7.4 se raidit au cours de sa progression puisque la différence de hauteurs d'eau entre les points A et E implique une différence de célérité entre ces points. En se raidissant, l'onde prend des courbures plus élevées. Celles-ci sont extrémales aux points B et D alors qu'elles sont nulles aux points A, C et E. Lorsque les effets des courbures se font ressentir (cf. section 7.1), les écarts à la pression hydrostatique se traduisent par des gradients de pression additionnels selon la direction horizontale et donc des vitesses additionnelles Δu : sur AB et DE, le gradient de pression additionnel est négatif et il y a donc une augmentation de la vitesse ; sur BD, ce gradient de pression est positif, ce qui se traduit par une diminution de la vitesse. Pour respecter la continuité de l'écoulement, l'ajout de vitesses horizontales doit se traduire par des vitesses verticales supplémentaires, ce qui contribue à augmenter les courbures de la surface libre et donc à amplifier le phénomène.

Un comportement semblable peut-il être attendu dans le cas qui nous occupe ? La réponse est moins évidente dans la mesure où, en 2D, la surface libre présente des courbures dans les deux directions du plan ainsi qu'une courbure croisée : ces différentes courbures peuvent avoir des signes contraires, ce qui ne facilite pas l'interprétation.

Représentons donc les valeurs du coefficient de pression Λ tel qu'il serait donné par les résultats stationnaires des simulations WOLF 2D. On dispose de 2 expressions pour ce coefficient. La première est donnée par l'équation (7.8), dans laquelle on peut évaluer w_s à partir de l'expression (7.11) en ne tenant pas compte des dérivées temporelles. La deuxième expression, équation (7.13), est l'expression qui correspond au modèle de BOUSSINESQ développé, mais repose sur une hypothèse supplémentaire (ordre de grandeur de certains termes négligés dans les développements), d'où la désignation de « coefficient simplifié » sur la figure. Une coupe dans la direction y donne un profil tel que représenté à la Figure 7.5 (a), résultat qui correspond tout à fait aux schémas de la Figure 7.4. Le choix de la position de la coupe, illustrée à la Figure 7.5 (b), est tel que la direction d'observation est localement perpendiculaire à la section critique tout en correspondant grossièrement à la direction de l'écoulement, ce qui favorise la comparaison avec un écoulement 1D.

Notons au passage que les deux courbes de la Figure 7.5 (a) indiquent quel est l'effet de l'hypothèse relative aux ordres de grandeur sur la qualité du modèle de BOUSSINESQ : si les écarts à la pression hydrostatique sont quelque peu atténués, les tendances sont toutefois bien respectées.

Si l'influence des termes de BOUSSINESQ sur les résultats hydrostatiques peut être esquissée sur base d'une comparaison avec le raisonnement de SOARES FRAZÃO

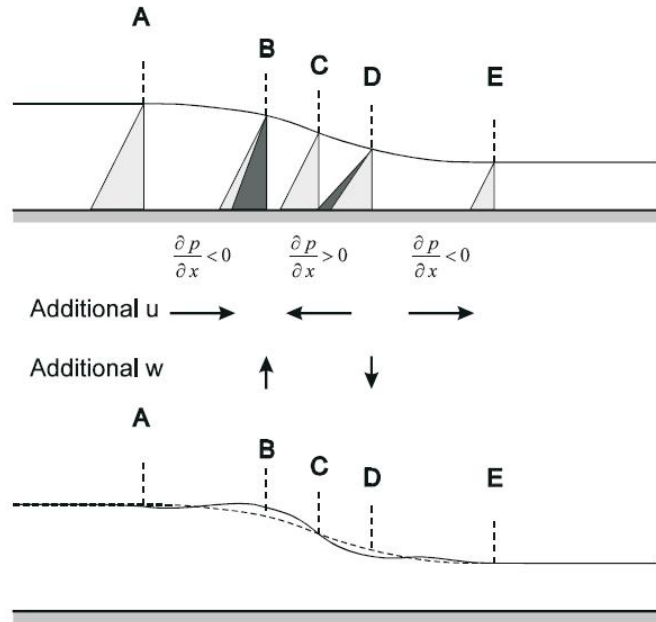
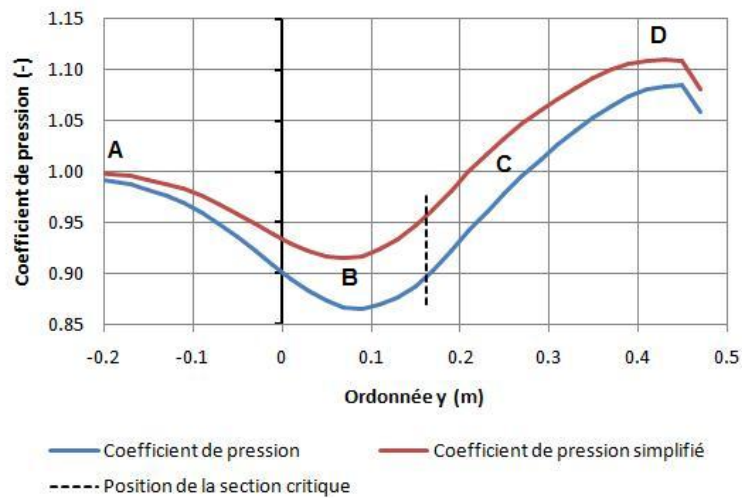
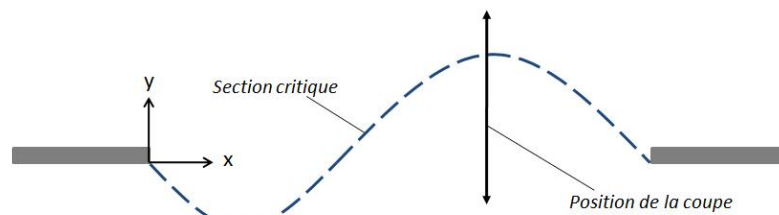


FIGURE 7.4 – Gradients de pressions induits par les courbures de la surface libre et conduisant à l'apparition d'ondes secondaires — extrait de SOARES FRAZÃO et ZECH (2002)



(a) Profil du coefficient de pression



(b) Position de la coupe

FIGURE 7.5 – Evolution du coefficient de pression — Cas B70-Q300-H50

et ZECH (2002), la question cruciale reste cependant de savoir comment les modifications introduites par le modèle de BOUSSINESQ pourraient conduire à une augmentation du débit Q_b passant par la brèche. D'après la Figure 7.5 (a), la section critique, lieu où se produit la maximisation du débit, se trouve dans une zone où le coefficient de pression Λ est inférieur à 1. Si cette caractéristique devait s'avérer être vérifiée dans la solution finale corrigée par les termes de BOUSSINESQ, cela permettrait effectivement d'augmenter le débit passant par la brèche. En effet, comme le montrent les développements analytiques de CHANSON (2006), c'est le fait que l'écoulement critique est caractérisé par une pression moins qu'hydrostatique qui permet d'expliquer que des déversoirs puissent posséder un coefficient de déversoir supérieur à $\mu = 1/\sqrt{3}$, valable pour un seuil épais.

Cependant, la section critique se trouve en une ordonnée proche du point « C » (point où $\Lambda = 1$), ce qui signifie que si elle conserve cette position relative, une amplification du profil de Λ , comme attendu suivant SOARES FRAZÃO et ZECH (2002), ne se fera que faiblement ressentir au niveau de la section critique, qui conservera donc un coefficient de pression peu différent de l'unité. Or, on doit s'attendre à ce que cette position relative de la section critique par rapport aux points ABCDE change peu. En effet, que l'hypothèse de pression hydrostatique soit valable ou non n'affecte pas la définition de l'écoulement critique comme étant l'écoulement qui permet de maximiser le débit à énergie spécifique donnée (CASTRO-ORGAZ et HAGER, 2010). Or, dans la situation hydrostatique, le profil des q_x est maximal à la section critique, alors que le profil des Δu dus à l'ajout des termes de BOUSSINESQ est maximal en C et que le profil des Δh est maximal en B : le profil des Δq_x aura donc un maximum compris entre B et C, position vers laquelle tendra la position de la section critique. Par conséquent, ce n'est pas au niveau de la section critique que les termes de BOUSSINESQ manifestent le plus leurs effets.

Le raisonnement ci-dessus est très localisé, alors que les termes de BOUSSINESQ sont susceptibles d'introduire des modifications dans une zone plus large, ce qui permettrait un réarrangement de l'écoulement traversant la brèche. En se référant à l'approche du modèle concentré, ce « réarrangement » consisterait en une évolution de la forme de la section critique vers une forme laissant passer plus facilement le débit (par exemple, diminution du paramètre x_{int}). Les vues de la Figure 7.6 indiquent, pour les mêmes configurations qu'à la Figure 7.3 (à lire en parallèle), le signe de la somme des termes de BOUSSINESQ intervenant dans les 2 équations de quantité de mouvement : lorsque cette somme est positive, les termes de BOUSSINESQ agissent comme des termes puits (frein à l'écoulement dans la direction concernée) ; lorsqu'elle est négative, ces termes agissent comme des termes source (accélération de l'écoulement). Une conclusion sur le réarrangement de l'écoulement est difficile à tirer, mais on peut cependant noter l'effet

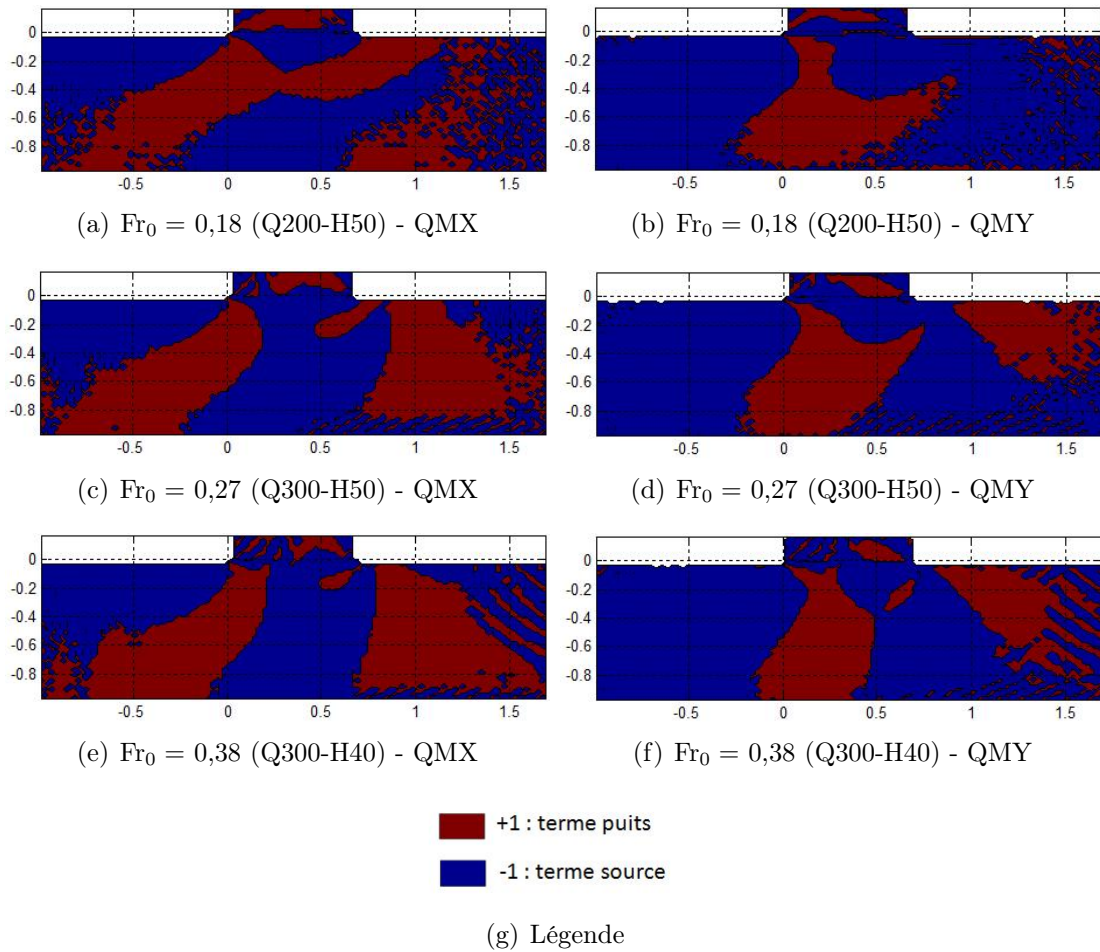


FIGURE 7.6 – Vues distribuées des signes des termes de BOUSSINESQ intervenant dans les équations de quantité de mouvement selon x et y (configurations avec brèche de 70 cm)

« terme source » dans l'équation de quantité de mouvement selon y au niveau de la zone d'approche de la brèche (rive gauche, où les termes ne sont pas négligeables selon la Figure 7.3), effet qui augmente la déviation de l'écoulement vers la brèche.

On retient donc qu'au moyen du modèle de BOUSSINESQ, on peut avancer 2 effets qui seraient susceptibles d'expliquer la sous-estimation du débit Q_b du modèle hydrostatique :

- un effet direct d'une pression non hydrostatique permettant, à énergie spécifique identique, d'augmenter le débit spécifique maximal atteint sur la section critique ;
- un réarrangement de l'écoulement au voisinage de la brèche du fait des gradients de pression additionnels.

7.4 Synthèse

Le modèle de BOUSSINESQ est une réponse intéressante aux lacunes du modèle des *shallow-water equations* (SWE) puisque son interprétation physique correspond bien aux caractéristiques 3D des écoulements consécutifs à une rupture de digue. Son implémentation, principalement en 2D, n'est pas aisée à cause des dérivées d'ordre 3 qui interviennent dans ce modèle. Mais comme les termes additionnels que ce modèle introduit dans les équations de base ne sont pas négligeables et que les effets attendus permettent bien d'expliquer comment l'équilibre de l'écoulement au voisinage de la brèche pourrait être modifié de façon à conduire à une augmentation du débit Q_b dévié vers la brèche, il s'avère que cette implémentation vaudrait la peine d'être réalisée.

Dans la perspective de simulations d'écoulements consécutifs à une rupture de digue dans des situations plus réalistes que celles du dispositif expérimental du chapitre 2, une confrontation numérique-expérimental dans des situations où les hauteurs d'eau sont faibles par rapport aux dimensions en plan de l'écoulement mériterait d'être menée. En effet, il est possible que dans une telle situation, les termes de BOUSSINESQ aient une influence suffisamment faible pour que le comportement d'un modèle 2D hydrostatique soit tout à fait satisfaisant.

Chapitre 8

Perspective 2 : Extensions du modèle concentré vers des applications plus réalistes

Ce chapitre aborde différentes questions soulevées par l'application du modèle concentré dans des situations plus réalistes de ruptures de digues. Section 8.1 : L'approche est-elle valable pour des brèches de dimensions beaucoup plus grandes et des topographies plus complexes? Section 8.2 : le modèle est-il capable de prendre en compte une pente de fond ou une pente de frottement? Section 8.3 : le modèle est-il applicable en instationnaire? Ces différentes questions sont abordées comme des *perspectives*, c'est-à-dire comme des pistes de réflexion pour un développement ultérieur. Elles concernent le modèle concentré *hydrostatique* tel que présenté aux chapitres 4 et 5.

8.1 Application à des géométries plus réalistes

Le modèle concentré a exploité certaines caractéristiques des écoulements prenant place dans une géométrie simplifiée (canal rectangulaire, brèche rectangulaire, fond parfaitement horizontal). Parmi celles-ci, la caractéristique essentielle est une forme adimensionnelle de section critique, tirée de simulations numériques 2D. L'extrapolation de cette forme pour des brèches de dimensions bien plus grandes (de l'ordre de 100 m) et sur une topographie moins régulière est-elle valable?

Une discussion intéressante peut-être menée à partir de résultats obtenus par KAMRATH, KÖNGETER et al. (2006). L'objectif de ces recherches a déjà été évoqué dans le chapitre 1 : il s'agissait de développer une relation empirique exprimant la valeur du débit Q_b passant par une brèche formée dans une digue. Cette relation empirique s'exprime sous la forme d'une relation de déversoir. En utilisant les

notations du modèle concentré, elle s'écrit :

$$Q_b = \frac{2}{3} \mu \sqrt{2g} h_{fp}^{3/2} B_b \quad (8.1)$$

La hauteur h_{fp} désigne la hauteur d'eau dans le lit majeur (« floodplain ») du cours d'eau et est représentée à la Figure 8.1 (a). Le coefficient μ est vu comme un coefficient de déversoir. Il est décomposé en $\mu = \mu_0 \mu^*$, où $\mu_0 = 1/\sqrt{3}$ est la valeur correspondant à la situation où l'écoulement s'approcherait de la brèche avec une direction perpendiculaire à celle-ci et où μ^* est un paramètre variant entre 0 et 1 et fonction des conditions d'écoulement dans le cours d'eau.

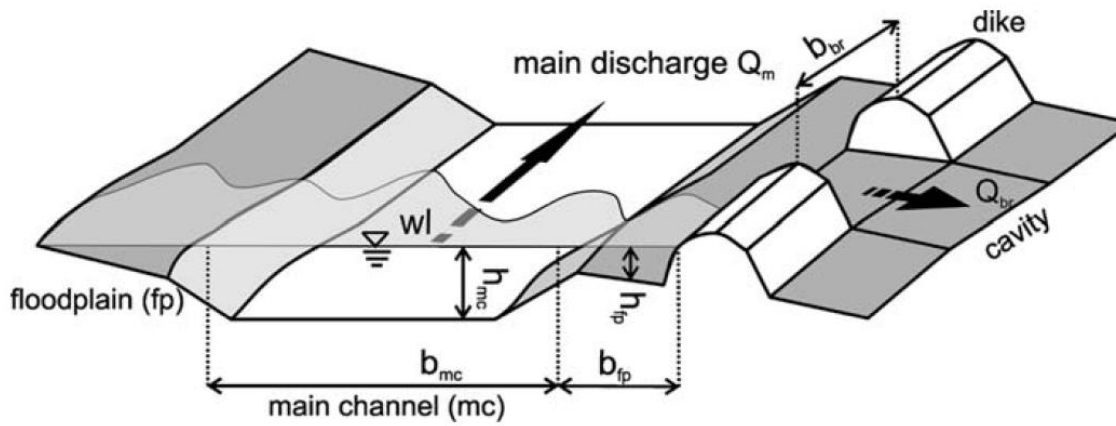
Pour établir le coefficient μ^* , des simulations numériques 2D basées sur les *shallow-water equations* ont été générées. Ces simulations utilisent des données topographiques réelles (digues bordant le lit majeur du Rhin) et supposent, tout comme dans le présent travail, des brèches rectangulaires de largeurs fixes et de profondeurs égales à celles de la digue. Pour les différents scénarios envisagés, les grandeurs varient dans les plages suivantes (Figure 8.1) : largeur b_{fp} du lit majeur égale à 200 ou 400 m, largeur de la brèche comprise entre 50 et 400 m, hauteurs d'eau h_{fp} dans le lit majeur comprises entre 2 et 8 m, nombre de FROUDE dans le lit majeur compris entre 0,09 et 0,23.

Les coefficients donnés par ces simulations numériques peuvent être directement utilisés pour discuter l'approche du modèle concentré hydrostatique. En effet, en reprenant l'expression (5.5) du débit passant par la brèche, on remarque que le coefficient χ_b utilisé dans le modèle concentré correspond au coefficient μ^* de KAMRATH, KÖNGETER et al. (2006) si on admet l'équivalence entre la hauteur h_{fp} et la charge E_b :

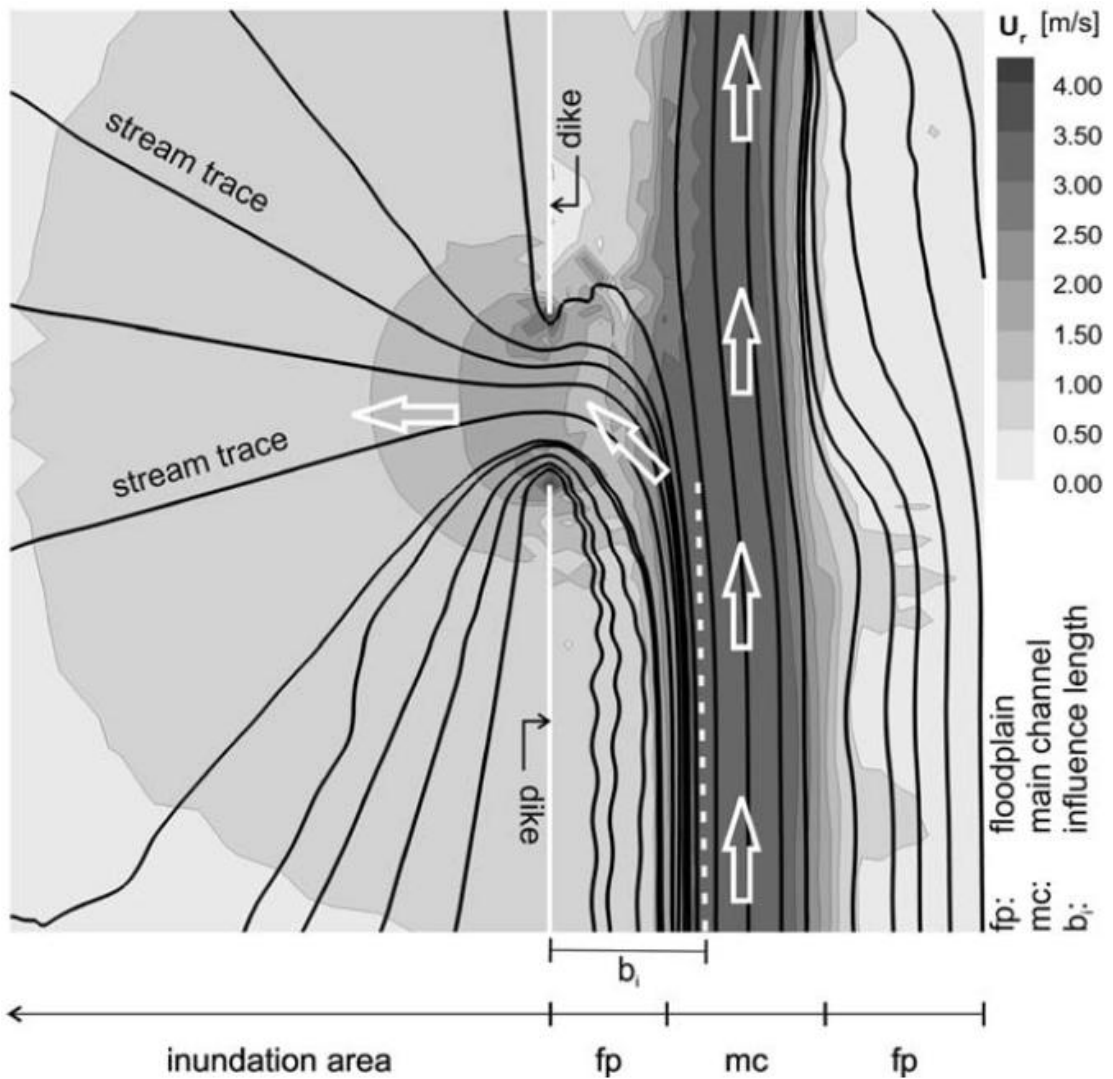
$$Q_b = \frac{2}{3} \frac{\chi_b}{\sqrt{3}} \sqrt{2g} E_b^{3/2} B_b \quad (8.2)$$

Comme les nombres de FROUDE des écoulements simulés par KAMRATH, KÖNGETER et al. (2006) sont faibles, l'équivalence entre h_{fp} et E_b ne prête pas trop à discussion, ce qui permet une comparaison directe entre les valeurs de μ^* et de χ_b . Remarquons tout d'abord que l'approche du modèle concentré permet de donner une *interprétation physique* au coefficient de déversoir μ^* utilisé par KAMRATH, KÖNGETER et al. (2006) : il traduit l'influence de la direction relative de l'écoulement par rapport à la section critique au passage de celle-ci.

La Figure 8.2 montre que les coefficients μ^* obtenus par KAMRATH, KÖNGETER et al. (2006) ont une variabilité tellement élevée que le coefficient de corrélation entre μ^* et Fr est pratiquement nul. KAMRATH, KÖNGETER et al. (2006) considèrent que ce coefficient n'est pas uniquement influencé par le nombre de FROUDE, mais aussi par le rapport entre la largeur d'influence b_i (Figure 8.1 (b)) et la largeur



(a) Représentation schématique des configurations étudiées



(b) Définition d'une largeur d'influence de la brèche dans le cours d'eau et vues du champ de vitesses (valeurs absolues indiquées par l'échelle de couleur) et des lignes de courant (traits noirs)

FIGURE 8.1 – Simulations numériques d'écoulements consécutifs à une rupture de digue, extraits de KAMRATH, KÖNGETER et al. (2006)

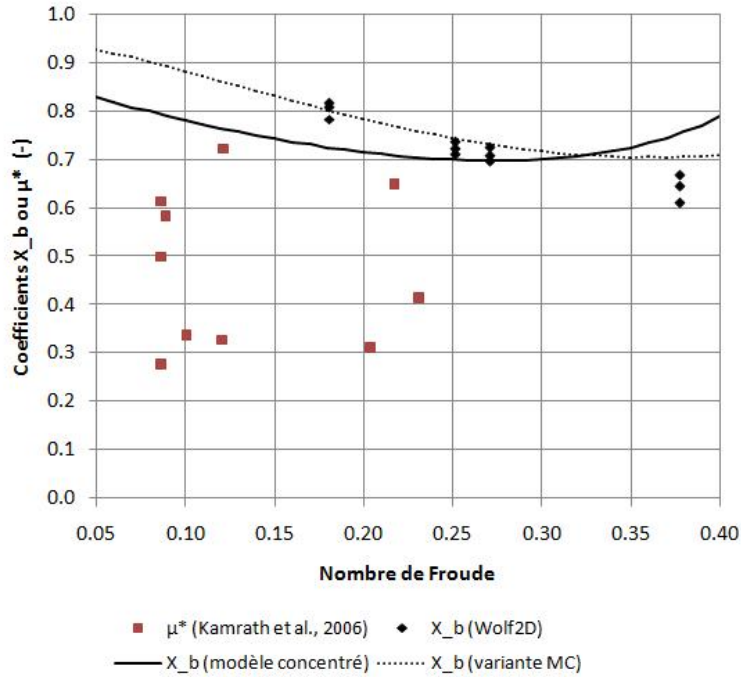


FIGURE 8.2 – Comparaison entre les résultats de KAMRATH, KÖNGETER et al. (2006) et ceux du modèle concentré

de la brèche, ce qui leur permet d’avoir une meilleure corrélation. En comparaison des coefficients χ_b obtenus avec une géométrie idéalisée et des dimensions beaucoup plus petites, les coefficients μ^* obtenus par KAMRATH, KÖNGETER et al. (2006) sont plus faibles, voire beaucoup plus faibles (jusqu’à moins de la moitié). D’après les données fournies par les auteurs, il n’est pas possible de déterminer quels paramètres topographiques permettraient d’expliquer ces différences. Il est en tout cas clair qu’une section critique qui devrait s’établir sur une zone de $400 \times 100 \text{ m}$ ($B_b \times y_{\max}$ avec $y_{\max} \approx 0,25B_b$, voir Figure 4.12, page 54) pourrait facilement être perturbée, ce qui diminuerait sa capacité d’évacuation. Dans ce sens, et si on ne tient pas compte des effets de pression non hydrostatique, les coefficients χ_b du modèle concentré en géométrie idéalisée fourniraient une borne supérieure des valeurs réelles, à condition que d’autres effets opposés ne se manifestent pas (digue protégeant un terrain incliné par exemple).

Un autre problème posé par une topographie plus réaliste concerne les conditions d’écoulement dans le cours d’eau lui-même. En effet, comme l’illustre le schéma de la Figure 8.1 (a), les digues protégeant une plaine inondable contre les débordements d’un cours d’eau ne sont pas nécessairement situées à la limite de son lit mineur, mais peuvent être installées en retrait, de façon à ne pas priver le cours d’eau de l’entièreté du lit majeur dont il a besoin pour évacuer les débits de crue. Les champs de vitesse dans le lit mineur et le lit majeur d’un cours d’eau

en crue sont différents, comme l'illustre la Figure 8.1 (b), ce qui pose problème dans le modèle concentré lorsqu'il s'agit de définir les termes $\langle q_x^2/h \rangle$ au niveau des sections *in* et *out* du volume de contrôle (voir chapitre 4). Ce problème pourrait être contourné s'il était possible de ne pas définir le volume de contrôle du modèle concentré sur toute la largeur du cours d'eau en crue, mais de le limiter à une zone située près de la brèche et ne débordant pas sur le lit mineur. Il paraît en effet raisonnable que dans le cas de cours d'eau très larges, l'accélération latérale de l'écoulement due à la présence d'une brèche ne se fasse pratiquement plus ressentir au-delà d'une certaine largeur¹.

Une analyse utilisant le modèle concentré indique qu'il est possible de définir une telle largeur, et ainsi de limiter la taille du volume de contrôle à utiliser. L'expérience consiste simplement à considérer le cas d'un canal de largeur infinie alimenté par un débit uniforme et à augmenter progressivement la largeur du volume de contrôle afin d'étudier l'évolution du débit Q_b passant par la brèche. D'après la Figure 8.3, la solution tend vers une asymptote lorsque le rapport B_c/B_b devient suffisamment grand (B_b vaut 0,7 m dans le cas illustré). Par conséquent, il est bien possible de limiter la taille du volume de contrôle, et donc de s'affranchir d'une partie des difficultés posées par une topographie réelle. Cette démarche n'a cependant de sens que lorsque la largeur de la brèche est petite par rapport à la largeur du lit majeur.

REMARQUE : Pour obtenir le résultat de la Figure 8.3, il est nécessaire de remplacer le coefficient $\chi_{H1} = 0,95$ par 1, sans quoi le comportement du modèle concentré pour des largeurs B_c importantes n'est pas réaliste. Il semble donc que définir la *longueur* du volume de contrôle en faisant référence à la largeur B_c du canal ne soit valable que jusqu'à un certain point. L'absence de données de référence relatives à une modification de B_c empêche cependant d'améliorer la définition donnée au chapitre 4.

8.2 Prise en compte d'une pente de fond et de frottement

Le développement du modèle concentré au chapitre 4 considère un canal à fond horizontal et néglige l'influence du frottement, conformément à la logique du modèle réduit (voir chapitre 2) et conformément aux conclusions de l'étude de ROGER, DEWALS et al. (2009) (chapitre 3). Il est cependant tout à fait envisageable d'incorporer ces termes dans les équations du modèle concentré. En effet,

1. Largeur à différencier de la « largeur d'influence » de KAMRATH, KÖNGETER et al. (2006), définie comme la largeur de l'ensemble des lignes de courants du cours d'eau qui passent par la brèche.

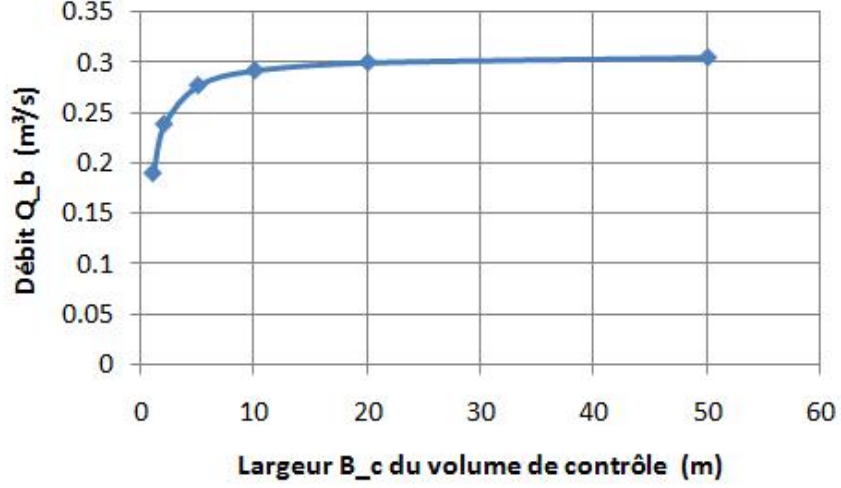


FIGURE 8.3 – Evolution du débit passant par la brèche lorsqu'on augmente la largeur du volume de contrôle — cas B70-Q300-H50

en intégrant sur l'aire A du volume de contrôle les équations 2D hydrostatiques (3.1) qui prennent en compte ces termes, on obtient :

$$-\left(\frac{q_i^2}{h_i} + \frac{gh_i^2}{2}\right)B_c + \left(\frac{q_o^2}{h_o} + \frac{gh_o^2}{2}\right)B_c + \chi_{bx} \frac{q_b^2}{h_b} B_b = \iint_A \left(ghJ_x - gh\frac{\partial z_b}{\partial x}\right) dA \quad (8.3)$$

$$\begin{aligned} -\left(\chi_r \frac{B_r}{2} - \chi_{l1} B_{l1}\right) \frac{gh_i^2}{2} - \left(\chi_r \frac{B_r}{2} - \chi_{l2} B_{l2}\right) \frac{gh_o^2}{2} + \chi_{by} \frac{q_b^2}{h_b} B_b + \frac{gh_b^2}{2} B_b \\ = \iint_A \left(ghJ_y - gh\frac{\partial z_b}{\partial y}\right) dA \quad (8.4) \end{aligned}$$

Les pentes de frottement J_x et J_y peuvent être exprimées par une loi de type MANNING, par exemple. En négligeant les frottements sur les parois verticales et en suivant DEWALS (2006), il vient :

$$J_x = u\sqrt{u^2 + v^2} \frac{n_b^2}{h^{4/3}} \quad (8.5)$$

$$J_y = v\sqrt{u^2 + v^2} \frac{n_b^2}{h^{4/3}} \quad (8.6)$$

Les termes liés à la pente de fond et au frottement ne peuvent pas être remplacés par des expressions sur la frontière du volume de contrôle au moyen du théorème de GREEN. Il est donc nécessaire de définir des grandeurs moyennes des termes intervenants dans les intégrales sur A et de les exprimer en fonction des inconnues du modèle concentré. La définition d'une hauteur d'eau moyenne ne pose pas de problème particulier puisque les hauteurs d'eau varient peu dans le volume de

contrôle (de l'ordre de 10% dans le cas du dispositif expérimental utilisé). Pour définir des vitesses moyennes selon x et y (ou des débits spécifiques moyens), la tâche est un peu plus difficile. Une solution n'a pas été envisagée dans ce travail puisque la faible importance du frottement dans les simulations numériques ne permet pas une vérification réellement fiable de ces termes. Notons cependant qu'au vu de l'orientation de l'écoulement principal dans le canal, les simulations numériques indiquent que l'intégrale du terme ghJ_y est environ 10 fois inférieure à l'intégrale du terme ghJ_x .

8.3 Extension à l'instationnaire

L'extension du modèle concentré vers des applications en instationnaire pose des difficultés importantes si elle veut être menée de façon rigoureuse. En effet, elle implique l'intégration sur le domaine A du volume de contrôle des dérivées temporelles de h , hu et hv intervenant dans le système d'équation (3.1). Comme dans le cas des termes de pente de fond et de frottement, ces intégrales ne peuvent être remplacées par des intégrales sur la frontière du volume de contrôle. Cependant, la difficulté principale réside dans la « reconstruction » des inconnues vers les bords du volume de contrôle, pour utiliser le vocabulaire de la méthode des volumes finis : si les équations de continuité et de quantité de mouvement donnent l'évolution de la hauteur d'eau moyenne et des débits spécifiques moyens, comment peut-on ensuite répartir fiablement ces grandeurs entre les différentes sections perméables du volume de contrôle pour y actualiser les valeurs des inconnues ?

Une extension à l'instationnaire peut malgré tout être envisagée, en conservant la formulation *stationnaire* du modèle concentré et en reportant l'aspect instationnaire vers les seules conditions aux limites : au lieu d'être alimenté à l'amont par un débit Q_i constant et d'être contraint à l'aval du canal par une relation de déversoir stationnaire, le volume de contrôle du modèle concentré pourrait s'insérer entre deux calculs de lignes d'eau instationnaires. C'est d'ailleurs tout à fait la démarche de KAMRATH, KÖNGETER et al. (2006), qui utilisent une relation de déversoir (stationnaire) dans une modélisation 1D instationnaire.

Pour justifier cette approche dans le cadre du modèle concentré, remarquons tout d'abord qu'avec un volume de contrôle de taille macroscopique, il serait illusoire de vouloir représenter toutes les finesses de l'évolution temporelle du débit passant par la brèche. Reprenons ensuite un résultat obtenu par ROGER, BÜSSE et KÖNGETER (2006), qui, pour rappel, se sont intéressés à des confrontations numérique-expérimental en partant du modèle réduit décrit au chapitre 2 mais en se focalisant sur l'aspect instationnaire de l'écoulement. La Figure 8.4 montre comment évoluent les débits au niveau du déversoir aval du canal et au niveau

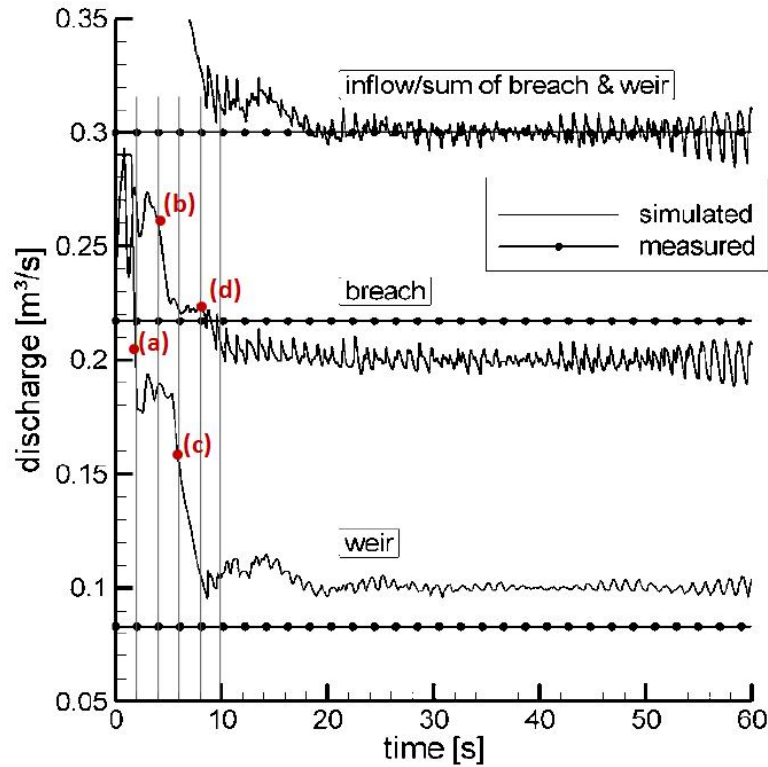


FIGURE 8.4 – Evolution du débit à l’aval du canal (« weir ») et à travers la brèche (« breach ») après ouverture quasi instantanée d’une brèche (cas B70-Q300-H50), modifié d’après ROGER, BÜSSE et KÖNGETER (2006)

de la brèche. Ce graphique a été modifié de façon à mettre en évidence les transports d’informations entre ces deux points de l’écoulement, transports qui se font justement *via* les lignes d’eau instationnaires qu’on se propose d’inclure dans le modèle concentré. Dans la situation initiale de la configuration représentée, la hauteur de l’écoulement est de 50 cm, ce qui donne une célérité des ondes égale à $\sqrt{gh} = 2,2 \text{ m/s}$. La distance séparant le déversoir aval de l’axe de la brèche vaut 4,4 m, ce qui signifie qu’il faut environ 2 s à une onde pour parcourir cette distance (en tenant compte de la vitesse de l’écoulement, ce temps vaut plutôt 1,6 s lorsque l’information se propage de l’amont vers l’aval et 2,7 s lorsqu’elle se propage dans le sens inverse). On remarque sur le graphique que l’intervalle de 2 secondes est justement celui avec lequel se produisent les principales variations de débit : en (a) ($t = 2 \text{ s}$), l’information de l’ouverture de la brèche parvient au niveau du déversoir aval du canal, ce qui y produit une brusque diminution de débit ; en (b), la chute de hauteur d’eau qui s’est produite au niveau du déversoir parvient au niveau de la brèche, ce qui y entraîne également une diminution de débit. Cet échange se renouvelle jusqu’à atteinte de l’équilibre stationnaire. Entre-temps, la diminution des hauteurs d’eau influence également les célérités des ondes.

De ceci, il ressort que l’évolution instationnaire du débit Q_b est principalement

due à des échanges d'informations entre les différentes limites du système. Les petites oscillations qui se superposent à ces grandes tendances peuvent par exemple être dues à des réflexions d'ondes sur les parois du canal, phénomènes qu'il ne serait pas possible de représenter dans l'approche simplifiée du modèle concentré, mais qui n'ont qu'une influence secondaire sur les résultats. L'extension du modèle concentré à la phase instationnaire, si elle n'a pas été réalisée dans ce travail, semble cependant ne pas poser de difficulté particulière dans la mesure où les principaux transports d'information (ceux qui ont une influence prépondérante sur l'évolution du débit) se font à l'extérieur du volume de contrôle et non à l'intérieur de celui-ci.

Chapitre 9

Conclusions

9.1 Contexte et hypothèses de travail

Le modèle concentré qui a été proposé dans ce travail a pour objectif de calculer le débit passant par la brèche d'une digue bordant un cours d'eau. La connaissance de ce débit est en effet primordiale pour l'estimation de l'étendue de l'inondation qui se produit derrière la digue rompue (impact statique de la rupture).

Les aspects sédimentaires qui accompagnent les ruptures de digues en terres ne sont pas pris en compte dans cette approche qui considère le cas d'une brèche déjà formée, de géométrie rectangulaire et ayant des dimensions fixées (en particulier, la brèche est formée sur toute la hauteur de la digue).

Ce travail s'inscrit dans la logique d'un dispositif expérimental développé à l'Institut d'Hydraulique et de Gestion des Ressources en Eau (IWW) de la RWTH Aachen (Allemagne) (BRIECHLE, 2006) et d'une étude comparant simulations numériques et résultats expérimentaux à partir de ce même modèle réduit (ROGER, DEWALS et al., 2009, 2010). A ce titre, les effets de pente de fond et de frottement ainsi que les effets instationnaires ne sont pas considérés par le modèle concentré, sans pour autant empêcher leur prise en compte dans des développements ultérieurs.

L'approche du modèle concentré est une approche basée sur un volume de contrôle macroscopique. Les équations intégrées sur ce volume de contrôle sont les *shallow-water equations*, ou équations intégrées sur le hauteur de l'écoulement, qui supposent une pression hydrostatique et des profils de vitesses constants sur la hauteur de l'écoulement. ROGER, DEWALS et al. (2009, 2010) ont montré que l'emploi de ces équations (logiciel WOLF 2D du HACH) permet une représentation correcte du comportement de base de l'écoulement mais conduit à une sous-estimation systématique des débits déviés par la brèche (jusqu'à 10%).

Des simulations numériques à l'aide du logiciel WOLF 2D servent de support

au développement du modèle concentré. Pour ce dernier, l'emploi des SWE est justifié par leur simplicité qui permet des développements intéressants au niveau de l'écoulement traversant la brèche. Une amélioration ultérieure de ce modèle concentré hydrostatique peut être envisagée à partir d'un modèle de BOUSSINESQ, qui devrait d'abord être implémenté dans les simulations numériques.

9.2 Caractéristiques essentielles du modèle concentré

Le modèle concentré est conçu comme un volume de contrôle qui encadre la zone infracritique de l'écoulement dans laquelle se produit le fractionnement du débit : dans le canal, il est délimité par les sections au-delà desquelles la présence de la brèche ne se fait pratiquement plus ressentir ; au niveau de la brèche, il est délimité par la section critique, qui prend une forme caractéristique en « S ». Cette forme de volume de contrôle, fixée au cas par cas à partir des caractéristiques de l'écoulement initial (nombre de FROUDE), permet de considérer des distributions uniformes des inconnues sur les différentes frontières perméables et donc de simplifier considérablement les équations.

Le système d'équations du modèle concentré inclut de façon rigoureuse les conditions aux limites de l'écoulement infracritique qu'il calcule : relation de type déversoir à l'aval du canal (relation pouvant comporter un calcul 1D de ligne d'eau) et relation d'écoulement critique au niveau de la brèche.

L'aspect empirique a été limité autant que possible et tous les paramètres empiriques intervenant dans le système d'équation ont une interprétation simple et directe (longueurs, surfaces contenues sous des diagrammes de pression le long de frontières imperméables).

La caractéristique essentielle du modèle concentré est d'utiliser la section critique pour définir la frontière du volume de contrôle au niveau de la brèche. Le long de cette section, les normes des inconnues (hauteurs et débits spécifiques) peuvent être supposées constantes et la direction de l'écoulement traversant cette section peut être déterminée sur base d'une approche originale ne nécessitant pas de calage empirique supplémentaire. En effet, il est possible d'établir une relation entre la forme de la section critique et la forme du profil des directions de l'écoulement. Ce profil peut être complètement déterminé en fixant sa valeur à l'extrémité amont de la section critique et en calculant l'amplitude qui permet de maximiser le débit total passant par la brèche.

La précision de l'approche utilisée pour déterminer les conditions d'écoulement au niveau de la section critique dépend en bonne partie de l'hypothèse qui est faite

sur l'évolution du gradient de hauteurs d'eau le long de cette section. D'après les simulations numériques, ce gradient est sensiblement constant sur la partie centrale de la section critique, mais augmente d'un ordre de grandeur à l'approche des 2 extrémités. Supposer un gradient constant fournit des résultats dont la précision est suffisante pour une implémentation dans le modèle concentré (précision de l'ordre de 5% par rapport aux solutions des simulations numériques).

Un profil plus réaliste permettrait cependant d'obtenir des résultats encore meilleurs, et, en utilisant une seconde contrainte physique sur le profil des directions de l'écoulement, de corriger le défaut de la méthode qui se manifeste pour des nombres de FROUDE supérieurs à 0,3 (ou plutôt, de reporter l'apparition du défaut vers des nombres de FROUDE plus élevés). Ce défaut consiste en une surestimation du coefficient $\chi_b = Q_b/(q_b B_b)$ qui conduit à l'impossibilité de résoudre les équations du modèle concentré.

9.3 Perspectives

Le modèle concentré reproduit les solutions numériques avec une bonne précision, solutions qui sous-estiment cependant les valeurs mesurées expérimentalement. Pour une amélioration du modèle concentré, une amélioration du modèle constitué des SWE est nécessaire. L'utilisation d'un modèle de BOUSSINESQ se révèle être une solution intéressante puisque celui-ci permet de tenir compte des vitesses verticales qui se développent au voisinage de la brèche et que l'emploi de ce modèle devrait conduire vers un équilibre suffisamment différent de l'équilibre hydrostatique pour pouvoir franchir une bonne partie de l'écart qui sépare actuellement résultats numériques et mesures expérimentales.

Si le modèle concentré pourrait être amélioré grâce à l'utilisation d'un modèle de BOUSSINESQ, d'autres extensions sont également envisageables pour augmenter son champ d'application (prise en compte d'une pente de fond ou de frottement, extension quasi instationnaire), du fait de la souplesse et de la robustesse de l'approche « volume de contrôle » sur laquelle il se base.

Bibliographie

- BOUSSINESQ, J. 1877, *Essai sur la théorie des eaux courantes*, Imprimerie nationale, Paris. Consultable en ligne sur le site Internet de la Bibliothèque nationale de France à l'adresse <http://gallica.bnf.fr/>.
- BRIECHLE, S. 2006, *Die flächenhafte Ausbreitung der Flutwelle nach Versagen von Hochwasserschutzeinrichtungen an Fließgewässern*, thèse de doctorat, Rheinisch-Westfälische Technische Hochschule Aachen. En allemand.
- CASTRO-ORGAZ, O. et W. H. HAGER. 2010, «Critical flow : a historical perspective», *Journal of Hydraulic Engineering*, vol. 136, n° 3, p. 3–11.
- CHANSON, H. 2006, «Minimum specific energy and critical flow conditions in open channels», *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*, vol. 132, n° 5, p. 498–502.
- DEWALS, B. J. 2006, *Une approche unifiée pour la modélisation d'écoulements à surface libre, de leur effet érosif sur une structure et de leur interaction avec divers constituants*, thèse de doctorat, Université de Liège.
- DEWALS, B. J. 2010, «Rapport interne», HACH.
- ERPICUM, S. 2006, *Optimisation objective de paramètres en écoulements turbulents à surface libre sur maillage multibloc*, thèse de doctorat, Université de Liège.
- ERPICUM, S., B. J. DEWALS, P. ARCHAMBEAU et M. PIROTON. 2010, «Dam-break flow computation based on an efficient flux-vector splitting», *Journal of Computational & Applied Mathematics*, vol. 234, n° 7, p. 2143–2151.
- KAMRATH, P., J. KÖNGETER et al. 2006, «Assessment of discharge through a dike breach and simulation of flood wave propagation», *Natural Hazards*, vol. 38, n° 1-2, p. 63–78.
- LIEM, R. et J. KÖNGETER. 1999, «Mobile flood protection walls - experiments and reflections on the risk of flood waves caused by a failure», dans *WRPMD99 : Preparing for the 21st century - 26th Annual Water Resources Planning and Management Conference*, édité par E. W. WILSON, ASCE.

- MOHAPATRA, P. K. et M. H. CHAUDHRY. 2004, «Numerical solution of boussinesq equations to simulate dam-break flows», *Journal of Hydraulic Engineering*, vol. 130, n° 2, p. 156–159.
- PIROTTON, M., P. ARCHAMBEAU, S. ERPICUM et B. J. DEWALS. 2009-2010, «Hydraulique appliquée», HACH - Université de Liège. Notes de cours.
- ROGER, S., E. BÜSSE et J. KÖNGETER. 2006, «Dike-break induced flood wave propagation», dans *7th International Conference on Hydroinformatics*, vol. 2, édité par P. GOURBESVILLE et al., Research Publishing Services, Nice, France, p. 1131–1138.
- ROGER, S., B. DEWALS et al. 2009, «Experimental and numerical investigations of dike-break induced flows», *Journal of Hydraulic Research*, vol. 47, n° 3, p. 349–359.
- ROGER, S., B. DEWALS et al. 2010, «Hybrid modelling of dike-break induced flows», dans *5th International Conference on Fluvial Hydraulics (Riverflow)*, édité par A. Dittrich et al., BAW, Braunschweig, Allemagne, p. 523–531.
- SALMON, A. 2007, *Analyse mathématique II*, Centrale des cours de l'AEES, Liège. Prises de notes du cours du Prof. F. BASTIN.
- SOARES FRAZÃO, S. et Y. ZECH. 2002, «Undular bores and secondary waves—experiments and hybrid finite-volume modelling», *Journal of Hydraulic Research*, vol. 40, n° 1, p. 33–43.